

Der Wärmeübergang von Rohrwänden an strömendes Wasser

Von der
Königl. Technischen Hochschule zu München
zur
Erlangung der Würde eines Doktors der technischen
Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs)
genehmigte

DISSERTATION

Vorgelegt von
Diplomingenieur
Alfred Soennecken
aus Bonn

Referent: Prof. Dr. Oscar Knoblauch
Korreferent: Prof. Dr. Ernst Voit

Bonn 1910



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555407_0033

Der Wärmeübergang von Rohrwänden an strömendes Wasser

Von der
Königl. Technischen Hochschule zu München
zur
Erlangung der Würde eines Doktors der technischen
Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs)

genehmigte

DISSERTATION



Vorgelegt von

Diplomingenieur

Alfred Soennecken
aus Bonn

Referent: Prof. Dr. Oscar Knoblauch
Korreferent: Prof. Dr. Ernst Voit

Bonn 1910

Der Wärmeübergang von Rohrwänden an strömendes Wasser

Von Alfred Soenneken

Den ständig wachsenden Anforderungen der Praxis an den Wirkungsgrad technischer Anlagen kann bei der Konstruktion von Kondensatoren, Dampfkesseln und allen anderen Wärmeaustauschapparaten nur dann vollkommen genügt werden, wenn die Gesetze der Wärmeübertragung bekannt sind. Die Ergebnisse der sehr zahlreichen, zur Ermittlung des Wärmeübergangs bisher angestellten Versuche weichen jedoch noch so weit voneinander ab, daß sie dem Ingenieur in den meisten Fällen keine zuverlässigen Anhaltspunkte geben können.

Die vorliegende Arbeit soll einen Beitrag liefern zur Kenntnis des Wärmeübergangs zwischen Metall und strömendem Wasser. Sie wurde ausgeführt im Laboratorium für technische Physik der Kgl. Technischen Hochschule in München und bildet einen Teil der dort planmäßig angestellten Untersuchungen der Wärmeübertragung. Die erforderlichen Geldmittel wurden in dankenswerter Weise vom Verein deutscher Ingenieure zur Verfügung gestellt. Die Versuche wurden mit einem glatten Messingrohr und zwei rauhen Eisenrohren von verschiedenem Durchmesser angestellt und erstreckten sich auf alle den Wärmeübergang beeinflussenden Größen. Die Ergebnisse wurden in Formeln gefaßt, die sowohl theoretisch begründet sind als auch in der Praxis angewandt werden können. Die Anlage der vorliegenden Abhandlung ist am besten ersichtlich aus folgender kurzen Inhaltsangabe:

	Seite
I. Allgemeine Betrachtung der Wärmeübergangs-Gesetze	5
II. Überblick über die bisher angestellten Wärmeübergangsversuche mit Wasser	10
III. Theorie der Wärmeübertragung	22
IV. Grundlagen der Versuche	26
V. Die Versuchsanordnung	30
VI. Ausführung der Wärmeübergangsversuche von Metall an senkrecht abwärts strömendes Wasser	41

VII. Die Auswertung der Versuche	57
VIII. Die Versuchsergebnisse	69
IX. Der Einfluß von Kesselstein auf die Wärmeübertragung	79
Der Wärmeübergang bei aufwärts strömendem Wasser	82
Der Wärmeübergang von Wasser an Metall	83
X. Besprechung der Versuchsergebnisse	87
Zusammenfassung	101
Literatur-Nachweis	104

I. Allgemeine Betrachtung der Wärmeübergangsgesetze

Als Hypothese ist das Gesetz der Wärmeübertragung von einem festen Körper an eine ihn umgebende tropfbare oder gasförmige Flüssigkeit zuerst von Newton ¹⁾ ausgesprochen worden. Nach diesem Newtonschen Erkaltungsgesetze ist die Abkühlungsgeschwindigkeit eines Körpers proportional dem Temperaturüberschuß desselben über das ihn umgebende Medium, und unter sonst gleichbleibenden Bedingungen proportional der Größe der Wärme abgebenden Oberfläche des Körpers. Dieser Satz bildet gewissermaßen den Ausgangspunkt der von Fourier aufgestellten Theorie der äußern Wärmeleitung ²⁾. Denn wie für die innere Wärmeleitung, so gilt nach der Fourierschen Theorie auch für die Wärmeübertragung zwischen zwei sich berührenden Körpern das Gesetz von der Proportionalität zwischen Wärmemenge und Temperaturdifferenz. Das Fouriersche Grundgesetz für die Wärmeübertragung von einem festen Körper an eine ihn berührende Flüssigkeit lautet ³⁾:

$$dH = \alpha s dz (T-t) \dots\dots\dots 1)$$

und sagt aus, daß die vom Oberflächenelement s in der Zeit dz an die Flüssigkeit abgegebene Wärmemenge dH direkt proportional ist der Temperaturdifferenz $(T-t)$ zwischen der Oberflächentemperatur T des festen Körpers und der mittleren Temperatur t der angrenzenden Flüssigkeit. Den Proportionalitätsfaktor α nennt Fourier die äußere Wärmeleitfähigkeit des festen Körpers. Dieser Faktor α hängt nach Fourier ab von der mechanischen Oberflächenbeschaffenheit, und außerhalb enger Grenzen, — wofür er als Konstante betrachtet werden darf —, auch von der Temperatur.

Die Wärmeübertragung durch direkte Strahlung ist in dieser Formel 1 nicht berücksichtigt. Da bei allen in dieser Abhandlung zu betrachtenden praktischen Fällen der Betrag der durch Strahlung übertragenen Wärme so gering ist, daß er stets vernachlässigt werden darf, soll auf die speziellen Strahlungsgesetze nicht näher eingegangen werden.

Für die Technik ist von besonderem Interesse die Kenntnis des gesamten Wärmedurchgangs von einer wärmeren (tropfbaren oder gas-

1) Newton, Literatur-Nachweis (L.-N.) 10, S. 422.

2) Siehe Mach, L.-N. 9, S. 116.

3) Fourier, L.-N. 2, S. 25.

und hat, wie schon Döderlein¹⁾ zugibt, einen sehr beschränkten Gültigkeitsbereich. Ein Einwand aus dieser Formel gegen das Fouriersche Gesetz ist vor allem deshalb unzulässig, weil die Rankinesche Formel als Wärmedurchgangsformel gewonnen ist. Sie entbehrt jeder wissenschaftlichen Grundlage, da sie die einzelnen, den Wärmedurchgang beeinflussenden Faktoren nicht getrennt berücksichtigt. Die Definitionsgleichung der Wärmedurchgangszahl k ist:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{a_2}} \quad 6)$$

Diese Gleichung läßt erkennen, daß k aus einem Komplex von Größen zusammengesetzt ist, die den drei getrennten Vorgängen des ganzen Wärmedurchgangs angehören. a_1 und a_2 sind keine Konstanten, sondern ändern sich mit den herrschenden Bedingungen, wie auch λ und δ ; und zwar sind die Änderungen dieser Größen unabhängig voneinander. Die Änderungsgesetze von k können daher nicht allgemein durch eine einfache Funktion der Temperaturdifferenz beider Flüssigkeiten ausgedrückt werden, wie dies in Rankines Formel geschieht.

Die Erforschung der Gesetze des Wärmedurchgangs erfordert unbedingt eine Zerlegung desselben in die drei ihn zusammensetzenden Vorgänge und die getrennte Betrachtung der Änderungsgesetze von a_1 , a_2 , sowie des Durchgangs der Wärme durch die Wand selbst.

Da die Wärmeleitfähigkeit der Metalle ziemlich gut bekannt ist²⁾, so kann bei bekannter Wärmemenge der Temperaturfall in der Metallwand jederzeit ermittelt werden. In den meisten Wärmeaustauschapparaten ist der Widerstand, den die als rein angenommene Metallwand selbst dem Wärmedurchgang entgegensetzt, sehr gering den Übergangswiderständen gegenüber. Als Beispiel hierfür kann eine von Venator³⁾ angestellte Berechnung dienen. Danach verschlechtert sich unter gleichbleibenden Bedingungen der Wärmeaustausch durch eine beiderseits von nicht siedendem Wasser gespülte Metallwand von 5 mm Stärke nur um ca. 2%, wenn die Wand statt aus Kupfer aus Eisen besteht. Die Wärmeleit Zahlen beider Metalle dagegen verhalten sich nach Annahme wie 2,5:1. Einen wesentlichen Einfluß auf den Temperaturfall in der Wand selbst hat eine Verunreinigung durch Kesselstein, Flugasche oder Ruß, die alle sehr geringe Wärmeleit Zahlen haben. Ist auch bei reinen Metallwänden der Einfluß der Wand selbst auf k sehr gering, so darf er jedoch nicht vernachlässigt werden, sobald es sich nicht nur um die Bestimmung der angenäherten Größenordnung von k , sondern um die genaue Ermittlung der Änderungsgesetze von a handelt. Wie aus den Versuchen von Ver-

1) Döderlein, L.-N. 22, S. 93.

2) Siehe Landolt-Börnstein, L.-N. 7, S. 507.

3) Venator, L.-N. 66.

fasser¹⁾, sowie von Stanton²⁾ und neuerdings von Nußelt³⁾ hervorgeht, ist sowohl für Wasser wie auch für Gase α abhängig u. a. von der Temperatur der Oberfläche und von der Flüssigkeitstemperatur.

Die Größenordnung von α wird vor allem bestimmt durch die Natur des die feste Oberfläche berührenden Mediums (Gas, Wasser, kondensierender Dampf usw.). Für jedes Medium wiederum hängt α in erster Linie ab vom Bewegungszustande, d. h. von der Zahl der ein Flächenelement in der Zeiteinheit berührenden Teilchen des Mediums. Nur kondensierender Dampf scheint hier eine Ausnahme zu machen⁴⁾, da die Geschwindigkeit hier von geringerem oder gar keinem Einfluß zu sein scheint.

Für Wasser kommen bei der Untersuchung von α folgende in der Praxis angewandte Bewegungszustände in Betracht:

1. Reine Konvektionsbewegung. Diese tritt auf, wenn ruhendes Wasser in Gefäßen erwärmt oder abgekühlt wird. Die infolge der ungleichen Temperaturverteilung hervorgerufenen Störungen in der Dichte des Wassers erzeugen Konvektionsströmungen.

2. Künstliche Bewegung des Wassers durch Rührer.

3. Strömung des Wassers in Rohren.

Versuche mit Anordnungen, bei denen nur Konvektionsströme auftreten, oder Wasser durch Rührer künstlich bewegt wird, sind oft ausgeführt worden. Ihre Ergebnisse hängen sehr stark von der Form des einzelnen Apparates, der Form der Rührer usw. ab, die die Konvektion begünstigen oder behindern können⁵⁾. Da außerdem in diesen Fällen die Geschwindigkeit des Wassers entlang den Heizflächen nicht ermittelt werden kann, und die Strömung auch keinem definierbaren Gesetze folgt, so haben die mit derartigen Anordnungen gewonnenen Ergebnisse keinen Anspruch auf allgemeine Gültigkeit.

Die Wärmeübergangszahl und ihre Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers kann in einer allgemein gültigen Form nur festgestellt werden bei der Strömung durch Rohre. Hierbei kann eine mittlere Geschwindigkeit stets ermittelt werden, auch sind die Strömungsgesetze für diesen Fall durch zahlreiche Untersuchungen bekannt⁶⁾. Die Abhängigkeit der Wärmeübergangszahl von der Geschwindigkeit bleibt nicht bei allen Geschwindigkeiten dieselbe, sondern erfährt, wie auch die Strömungsgesetze, bei einer gewissen Geschwindigkeit eine Änderung. Reynolds⁷⁾ hat durch Versuche gezeigt, daß Wasser in Rohren bis hinauf zu der von ihm benannten kritischen Geschwindigkeit

1) Siehe S. 77.

2) Stanton, L.-N. 62.

3) Nußelt, L.-N. 47.

4) Siehe S. 15.

5) v. Than, L.-N. 65.

6) Winkelmann, L.-N. 12, Bd. I, S. 936.

7) Reynolds, L.-N. 54.

Erreichung eines möglichst günstigen gesamten Wärmedurchgangs zwischen zwei tropfbaren oder gasförmigen Flüssigkeiten. Es ist daher erklärlich, daß vorwiegend Versuche ausgeführt worden sind, bei denen die Durchgangszahl k untersucht wurde ohne Zerlegung des Wärmedurchgangs in seine Teile. In sehr vielen Fällen ist diese Zerlegung überhaupt experimentell unmöglich, weil die dazu notwendige Bestimmung der Oberflächentemperaturen der trennenden Wand unausführbar ist. Im Gegensatz zu den eigentlichen Wärmeübergangsversuchen, die α direkt bestimmen, wollen wir die die Mehrzahl bildenden Versuche ohne Ermittlung der Oberflächentemperatur Wärmedurchgangsversuche nennen.

1. Wärmedurchgangsversuche

Die wichtigsten, bis zum Jahre 1896 angestellten Wärmedurchgangsversuche hat Mollier¹⁾ 1897 im Auftrage des Vereins deutscher Ingenieure zusammengestellt und in mustergültiger Weise ihre Ergebnisse zu vereinbaren gesucht. Die seither erschienenen Arbeiten über den Wärmedurchgang bringen im wesentlichen außer interessanten Details nichts Neues, so daß auf eine Einzelbesprechung aller Abhandlungen hier verzichtet werden kann.

Die zuverlässigsten Ergebnisse wurden mit aus zwei konzentrischen Rohren bestehenden Apparaten gewonnen. Bei derartigen Versuchsanordnungen kamen im wesentlichen zwei Methoden zur Anwendung. Die erste bestand darin, daß man im innern und äußern Rohr des Apparates ähnliche Bedingungen herstellte und die Annahme machte: $\alpha_1 = \alpha_2$. Man ließ z. B. in beiden Querschnitten Wasser mit gleicher Geschwindigkeit, aber verschiedenen Temperaturen strömen, oder ließ auf der einen Seite des innern Rohres kondensierenden Dampf und auf der andern siedendes Wasser miteinander in Wärmeaustausch treten. Aus dem ermittelten Wert von k wurden sodann die beiden einander gleichgesetzten α_1 und α_2 berechnet. Nach dieser Methode stellten Ser²⁾ und Perwanger³⁾ u. a. ihre Versuche an. Der Einfluß der Wand selbst wurde dabei oft vernachlässigt und gesetzt:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

Die zweite Methode suchte auf einer Wandseite eine bekannte und konstant bleibende Übergangsbedingung herzustellen, z. B. durch konden-

1) Mollier, L.-N. 44.

2) Ser, L.-N. 44, S. 158.

3) Diese Versuche sind bisher nicht veröffentlicht worden, die Ergebnisse wurden mir von Herrn Dr. Perwanger freundlichst mitgeteilt. Perwanger untersuchte den Wärmedurchgang von Wasser an Wasser. Er benutzte verschiedene Versuchsrohre in senkrechter und wagerechter Anordnung. Er fand den Wärmedurchgang unabhängig von der Lage der Versuchsrohre und vom Wasserdruck, abhängig von der Geschwindigkeit, den Wassertemperaturen sowie der Oberflächenbeschaffenheit der Rohre.

sierenden Dampf. Es wurde nun die Abhängigkeit des k von der Geschwindigkeit des auf der anderen Wandseite strömenden Wassers experimentell untersucht. Aus dem ermittelten Werte von k wurde sodann mit Hilfe des, z. B. aus Versuchen nach der ersten Methode ermittelten α_{Dampf} die Abhängigkeit des α_{Wasser} von der Geschwindigkeit berechnet. Die wichtigsten derartigen Versuche mit Dampf und Wasser wurden angestellt von Joule¹⁾, Hagemann²⁾ und Nichol³⁾, und neuerdings mit Luft und siedendem Wasser von Nicolson⁴⁾.

Nicht alle diese Untersuchungen sind zur Berechnung von α geeignet. So fand Hagemann eine starke Verbesserung des Wärmedurchgangs zwischen Dampf und Wasser mit steigenden Temperaturen. Da nach diesen Versuchen die Wärmeübergangszahl von Dampf an Metall und die von Metall an Wasser sich gleichzeitig ändern, so kann α_{Wasser} nicht hieraus berechnet werden.

Die aus folgenden Versuchen ermittelten Werte für die Wärmeübergangszahl α zwischen Metall und Wasser sind in Fig. 1, S. 21 dargestellt, abhängig von der Wassergeschwindigkeit.

Ser untersuchte ein wagerechtes Messingrohr vom innern Durchmesser $d_i = 10$ mm und der Wandstärke $\delta = 1$ mm. Aus seinen Ergebnissen berechnete Mollier:

$$\alpha = 4400 \sqrt{v} \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

Hierin ist v = Geschwindigkeit des Wassers in m sk^{-1}

Joule untersuchte senkrechte Rohre von verschiedenen Durchmessern und verschiedenem Material. Das Ergebnis kann nach Mollier zusammengefaßt werden in die Formel:

$$\alpha = 300 + 1800 \sqrt{v} \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

Nichol untersuchte ein Messingrohr von $\delta_i = 20$ mm sowohl in horizontaler wie in vertikaler Lage und fand den Wärmedurchgang bedeutend größer bei horizontaler Lage. Mollier hat die von Nichol gefundenen Werte von k mitgeteilt. Hieraus berechnete Verfasser α_{Wasser} . Dieser Rechnung wurde für den Wärmeübergang von Dampf an Metall der von Mollier aus Joules Versuchen ermittelte Wert zugrunde gelegt.

$$\alpha_{Dampf} = \text{const} = 10000 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$$

Die Werte von α nach Nichol sind nicht sehr zuverlässig. Während alle in Fig. 1 dargestellten Kurven der Abszissenaxe zu konkav gekrümmt sind, ist die Kurve nach Nichol für wagrechte Anordnung der Abszissenaxe zu konvex gekrümmt. Es mag hier erwähnt werden, daß dieselbe Abweichung bestehen bleibt, wenn man statt der Wärmeübergangszahlen die durch Nichols Versuche ermittelten Wärme-

1) Joule, L.-N. 38; siehe auch Mollier, L.-N. 44, S. 158.

2) Hagemann, L.-N. 31; siehe auch English und Donkin, L.-N. 26, S. 522.

3) Nichol, L.-N. 44, S. 158.

4) Nicolson, L.-N. 46.

durchgangszahlen in gleicher Weise graphisch aufträgt¹⁾. Der große Unterschied zwischen den Wärmeübergangszahlen für senkrechte und wagrechte Rohre ist von anderer Seite noch nicht bestätigt worden und steht im Widerspruch zu den Ergebnissen der Versuche von Perwanger.

Verschieden von den bisher erwähnten sind die Wärmedurchgangsversuche, bei denen Wasser in Gefäßen erwärmt wird und sich nur durch Konvexion bewegt oder künstlich durch Rührer über die Heizflächen getrieben wird. Versuche dieser Art wurden ausgeführt u. a. von Péclet²⁾ und neuerdings von v. Than³⁾. Für die Bestimmung der genauen Wärmeübergangsgesetze sind diese Versuche aus den S. 9 angeführten Gründen ohne Wert.

Eine letzte Art von Wärmedurchgangsversuchen bilden die Versuche mit ausgeführten Anlagen wie Dampfkesseln, Kondensatoren usw. Derartige Versuche sind in den letzten Jahren in großer Zahl angestellt und veröffentlicht worden. Die Ergebnisse zeigen sehr große Abweichungen voneinander, selbst wenn die Versuchsbedingungen scheinbar sehr ähnlich waren. Es ist dies erklärlich, denn bei den meisten praktischen Anlagen ist die Wirksamkeit der einzelnen Teile der Heiz- oder Kühlflächen sehr verschieden. Die Temperaturdifferenz variiert oft sehr stark über die gesamte Heizfläche, ebenso die Geschwindigkeit der in Wärmeaustausch stehenden Gase oder Flüssigkeiten, deren Bewegungszustand häufig nicht zu bestimmen ist. Daher haben die aus diesen Versuchen ermittelten mittleren Wärmedurchgangszahlen k meist nur für die untersuchte Anlage Gültigkeit, da in diesem Falle Form und Dimensionen der Strömungskanäle jeweils verschieden auf die einzelnen den Wärmedurchgang bildenden Vorgänge einwirken. Derartige Versuche geben zwar interessante Aufschlüsse über den Wirkungsgrad der einzelnen Anlage, können jedoch im allgemeinen nicht zu einer physikalisch genauen Ermittlung der Wärmeübergangsgesetze dienen, da man bei einer Zerlegung von k , d. h. bei der Annahme eines konstanten Wertes von α_1 für das eine Medium und Berechnung des α_2 für die zweite Flüssigkeit, meist auf sehr grobe Schätzungen angewiesen ist.

Die interessantesten und wohl auch genauesten Versuche dieser Art an Kondensatoren sind von Stanton⁴⁾ und kürzlich von Josse⁵⁾ angestellt worden.

Stanton fand hierbei seine Formel⁶⁾ für die Wärmeübergangszahl praktisch verwendbar, Josse fand die Formel von Ser (Formel 13) für seine Versuche brauchbar.

1) Siehe Josse, L.-N. 37, Fig. 12, S. 327.

2) Péclet, L.-N. 11, Bd. I.

3) v. Than, L.-N. 65.

4) Stanton, L.-N. 63.

5) Josse, L.-N. 37.

6) Siehe unten Seite 20.

Da bei allen Wärmedurchgangsversuchen von Dampf an Wasser zur Berechnung von α für Wasser eine bekannte und meist als konstant angesehene Wärmeübergangszahl von Dampf an Metall benutzt wird, und da diese selbst für die Technik von Interesse ist, so mögen hier die wichtigsten Beobachtungen über α_{Dampf} kurz mitgeteilt werden.

Joule ¹⁾ fand $\alpha_D = 10\,000 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, und zwar unabhängig von der Temperatur und Geschwindigkeit des kondensierenden Dampfes. Dieser Wert ist als Maximalwert in die „Hütte“ ²⁾ aufgenommen worden. Ser ³⁾ fand den Wärmeübergang von Dampf an Metall ebenfalls unabhängig von der Dampftemperatur, doch ist nach seinen Versuchen $\alpha_D \cong 19\,000 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Dieser sehr hohe Wert ist durch die oben erwähnten Versuche von Josse bestätigt worden. Weitere zahlenmäßige Angaben über α_D fehlen, da die meisten Versuche als Durchgangsversuche und so angestellt sind, daß sie eine einwandfreie Zerlegung von k nicht gestatten. Gegenüber der von Joule und Ser gefundenen Konstanz beobachtete Hagemann ⁴⁾ eine starke Zunahme des gesamten Wärmedurchgangs mit steigender Dampftemperatur. Dieselbe Beobachtung machte Claassen ⁵⁾, und zwar scheinen nach seinen Ergebnissen die Dampftemperaturen über und unter 100°C sehr verschieden zu wirken ⁶⁾. Nach den von Mollier ⁷⁾ mitgeteilten Versuchen von Morison und Sulzer, und nach den in jüngerer Zeit von Hüttig ⁸⁾ und Eberle ⁹⁾ angestellten Versuchen steigt ebenfalls die Wärmeabgabe mit der Dampftemperatur. Hähnlein ¹⁰⁾ und Döderlein ¹¹⁾ fanden den Wärmedurchgang proportional dem Quadrat der Differenz zwischen Dampf- und Wassertemperatur. Nach Döderlein ist für den Kondensator der Kältemaschine:

$$W = 5 F (t_D - t_f)^2 \text{ WE st}^{-1} 15)$$

Hier ist: F = Fläche in qm,

t_D = Dampftemperatur,

t_f = Flüssigkeitstemperatur.

Eine Zunahme des Wärmedurchgangs mit steigender Temperaturdifferenz existiert auch nach Kingsley ¹²⁾. Ebenso fanden English und Donkin ¹³⁾ bei ihren (auf S. 18 näher besprochenen) Wärmeübergangs-

1) Joule, L.-N. 38.

2) Hütte, L.-N. 5, S. 306.

3) Ser, siehe L.-N. 44, S. 159.

4) Hagemann, L.-N. 31.

5) Claassen, L.-N. 20.

6) Daselbst, S. 67.

7) Mollier, L.-N. 44.

8) Hüttig, L.-N. 36.

9) Eberle, L.-N. 23.

10) Hähnlein, L.-N. 30.

11) Döderlein, L.-N. 22.

12) Kingsley, L.-N. 40.

13) English und Donkin, L.-N. 26.

versuchen eine Zunahme von a_D mit steigender Temperaturdifferenz zwischen Dampf- und Wandtemperatur, machen jedoch keine Angabe über das Maß dieser Zunahme. Die aus den Versuchen von Joule und Ser gefolgerte Unabhängigkeit des a_D von der Temperatur scheint also nicht zu bestehen.

Der Wärmeübergang von kondensierendem Dampf an Metall ist kein einfacher Vorgang, sondern wird dadurch kompliziert, daß die Metalloberfläche stets von einer Schicht Kondenswassers bedeckt ist. Der Übergang besteht daher wiederum aus drei Vorgängen:

1. dem Wärmeübergang vom Dampf an die Wasserschicht,
2. dem Wärmedurchgang durch diese Schicht,
3. dem Wärmeübergang vom Wasser an das Metall.

Die haftende Wasserschicht beeinflußt wegen der geringen Wärmeleitfähigkeit des Wassers den Wärmeübergang von Dampf an Metall in ungünstiger Weise. English und Donkin, deren Versuchsanordnung diese anhaftende Schicht zu beobachten gestattete, fanden dieselbe bei rauhen Rohren stärker als bei glatten¹⁾. Sie teilen selbst keine Übergangszahlen mit. Aus ihren Versuchstabellen berechnete ich als angenäherte Mittelwerte:

$$a_D \cong 13\,000 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \text{ für glatte Rohre,}$$

$$a_D \cong 7\,500 \text{ für rauhe Rohre.}$$

Der Unterschied ist bedeutend, beide Werte von a_D schließen sich in der Größe dem vom Joule gefundenen a_D besser an als dem Werte von Ser und Josse. Neuerdings berechnete Nußelt²⁾ aus Übergangsversuchen mit glattem Messingrohr a_D zu $9\,500 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Der Einfluß der Dampfgeschwindigkeit auf die Wärmeübertragung, besonders die Einwirkung des Dampfstroms auf die Dicke der anhaftenden Kondenswasserschicht ist nach den darüber gemachten Angaben sehr verschieden. English und Donkin fanden keinen Unterschied, wenn sie den Dampf durch ein Zuführungsrohr in den Apparat strömen ließen, oder durch 25 kleine Öffnungen, die so angebracht waren, daß der eintretende Dampf von oben nach unten kräftig über das Metall hinblies, also die Wasserschicht hätte wegfegen müssen. Im Einklang hiermit und mit Joule fand Josse, daß die Anordnung von Querröhren im Kondensator, die eine heftige Wirbelung des Dampfes bezweckte, keine bemerkbare Verbesserung des Wärmeübergangs ergab. Auch Eberle bemerkte keinen die Versuchengenauigkeit überschreitenden Einfluß der Dampfgeschwindigkeit. Demgegenüber stellte Claassen eine Zunahme der Wärmeübertragung mit der Dampfgeschwindigkeit fest. Hausbrand³⁾ setzt den Wärmedurchgang von Dampf an Wasser proportional der Wurzel aus der Dampfgeschwindigkeit. Josse fand, daß das auf die unteren

1) English und Donkin, L.N. 26, S. 505.

2) Nußelt, L.N. 47, S. 24.

3) Hausbrand, L.N. 4, S. 308, 315.

Rohre im Kondensator herabtropfende Wasser den Wärmeübergang nicht merklich verschlechterte. Hiernach scheint also die Kondensatschicht überhaupt keinen großen Einfluß zu haben. Dem steht gegenüber der von Nichol beobachtete viel günstigere Wärmeaustausch bei wagerechter als bei senkrechter Anordnung des Versuchsrohres, der zum Teil auf die bessere Ableitung des Kondensats zurückgeführt werden kann. Wegen der besseren Entfernung des Kondenswassers von der Oberfläche befürwortet Stanton¹⁾ im Gegensatz zu Nichol die Anwendung senkrechter Rohre bei Kondensatoren.

Aus allen diesen, sich zum Teil stark widersprechenden Beobachtungen und Angaben geht hervor, daß der Wärmeübergang von kondensierendem Dampf an Metall von vielen Faktoren abhängt, deren Einfluß noch nicht befriedigend aufgeklärt ist. Übrigens sind, wie auch Josse betont, beim Kondensatorbau die Verhältnisse auf der Dampfseite von geringerem Einfluß auf den ganzen Wärmedurchgang (k) als die auf der Wasserseite. Jedenfalls können Wärmedurchgangsversuche mit Dampf einerseits, Wasser andererseits, nicht dazu dienen, einwandfrei die Gesetze des Wärmeübergangs von Metall an Wasser festzustellen, weil die bei der Zerlegung von k zu machende Annahme eines bekannten α_D sehr ungenau ist. Daher darf vor allem der nach den Versuchen von Joule aufgestellten Gleichung für die Wärmeübergangszahl α für Wasser (Formel 14, S. 12) kein großer Wert beigelegt werden. Trotzdem hat gerade diese Formel die größte Verbreitung gefunden und ist auch in die „Hütte“²⁾ aufgenommen worden.

2. Eigentliche Wärmeübergangsversuche

Die bei Wärmeübergangsversuchen notwendige Bestimmung der Oberflächentemperatur bietet experimentell am wenigsten Schwierigkeiten, wenn der Wärmeübergang zwischen Metall und Luft von nicht sehr hoher Temperatur stattfindet. In diesem Falle können an der Oberfläche fest angebrachte Thermolemente benutzt werden, ohne in erheblichem Maße den thermischen Zustand an der Oberfläche zu stören. Derartige Versuche über die Wärmeabgabe von erhitzten Körpern an Luft sind im Laboratorium für technische Physik der Königl. Technischen Hochschule München unter den verschiedensten Bedingungen angestellt worden von Ott³⁾, Hinlein⁴⁾ und Wamsler⁵⁾.

Es ist nicht möglich, die Temperatur einer von Wasser bespülten Metalloberfläche in gleicher Weise durch Thermolemente zu messen. Erstens stört in diesem Falle eine auf der Metallwand angebrachte Lötstelle das thermische Gleichgewicht und zeigt nicht die Temperatur der

1) Stanton, L.-N. 63.

2) Hütte, L.-N. 5, S. 306.

3) Ott, L.-N. 49.

4) Hinlein, L.-N. 34.

5) Wamsler, L.-N. 67.

Oberfläche selbst an. Zweitens bewirken die durch das Wasser geführten Drähte durch Wärmeleitung eine Erwärmung oder Abkühlung der Lötstelle, je nachdem das Wasser wärmer oder kälter ist als die Metallwand. Drittens treten störende Erscheinungen auf wegen der Elektrizitätsleitung des Wassers. Deshalb handelt es sich bei Versuchen mit Wasser darum, den Temperaturverlauf innerhalb des Metalles senkrecht zur Wärme abgebenden Fläche zu bestimmen, oder eine mittlere Metalltemperatur festzustellen, und daraus die Oberflächentemperatur zu berechnen. Die hierzu angewandten Methoden sind sehr verschieden.

Zu den Wärmeübergangsversuchen zwischen Metall und Wasser müssen zunächst gerechnet werden die rein physikalischen Versuche zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Metallen, soweit sie in der Weise ausgeführt wurden, daß ein an einem Ende erwärmter Metallstab am andern durch strömendes Wasser gekühlt wurde. Dabei wurden dann meist die Temperaturen im Innern des Stabes durch senkrecht zur Stabaxe in Bohrungen eingesteckte Thermoelemente an verschiedenen Stellen gemessen.

Auf die Unrichtigkeit der dabei oft gemachten Annahme, daß die vom Wasser bespülte Fläche des Stabes die Temperatur des Wassers annehme¹⁾, hat Grüneisen hingewiesen. Grüneisen²⁾ und Schaufelberger³⁾ fanden aus derartigen Versuchen, daß die Wärmeübertragung vom Stabende an das Kühlwasser sich mit zunehmender Wassergeschwindigkeit vergrößerte, daß aber oberhalb einer nicht sehr hoch gegriffenen Grenze dieser Einfluß verschwand. Leider wurde in beiden Fällen die Geschwindigkeit selbst nicht gemessen. Als Zahlenwert für α gab Grüneisen an:

$$\alpha = 0,37 \text{ gr cal sk}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} = 13\,320 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}.$$

Nach Schaufelberger würde α noch größer sein.

Nach einer andern Methode bestimmte Rogoffsky⁴⁾ den Wärmeübergang von Metall an Wasser. Er spannte einen dünnen Silberdraht ($d = 0,28$ resp. $0,868 \text{ mm}$) axial durch ein Glasrohr von 1 cm Durchmesser, das von Wasser mit verschiedenen Geschwindigkeiten durchströmt wurde. Der Draht wurde elektrisch geheizt und seine Temperatur aus dem Stromverbrauche berechnet. Die nicht sehr verschiedenen Ein- und Ausströmtemperaturen des Wassers wurden durch Thermometer gemessen. Aus diesen Versuchen berechnete Rogoffsky α in der Form:

$$\alpha = \left[\frac{c + mt}{d^n} + (e + p t) d^{n_1} (T - t) \right] v^n \quad . \quad . \quad 16)$$

Hierin ist: t = mittlere Wassertemperatur,

T = Temperatur des Drahtes,

1) Diese Annahmen machten Kirchhoff und Hansemann L.-N. 41, und Schulze L.-N. 61.

2) Grüneisen, L.-N. 29.

3) Schaufelberger, L.-N. 59.

4) Rogoffsky, L.-N. 56.

v = Wassergeschwindigkeit,

d = Durchmesser des Drahtes,

c, e, m, p = Konstante von verschiedenem Werte,

n und n_1 = Größen, die vom Durchmesser d abhängen.

Diese Gleichung zeigt eine starke Abhängigkeit des a von der Geschwindigkeit und den Temperaturen, ist jedoch für die Technik nicht gut geeignet, weil sie zu viele für jeden einzelnen Fall zu bestimmende Konstanten enthält. Bei den Versuchen differierten die mittleren Wassertemperaturen nur zwischen 15,5 und 17,5 °C, während für die Praxis auch höhere Temperaturen in Betracht gezogen werden müssen.

Die ersten eigentlich technischen Wärmeübergangsversuche wurden angestellt von English und Donkin¹⁾. Der Apparat bestand aus einem innern dickwandigen Metallzylinder und einem äußeren konzentrischen Glaszylinder, die oben und unten durch gemeinsame Deckel verschlossen waren. Der ringförmige Zwischenraum war mit oben eintretendem Dampf gefüllt, das Kondensat trat unten aus. Der äußere Zylinder wurde aus Glas gewählt, um eventuelle Nebelbildung im Dampftraume sowie die Kondenswasserschicht auf dem Metallzylinder beobachten zu können, deren Einfluß auf den Wärmedurchgang bei diesen Versuchen besonders erforscht werden sollte. Im inneren Metallzylinder strömte Wasser aufwärts. Die Temperaturen des ein- und ausfließenden Wassers wurden durch Thermometer gemessen, jedoch in verhältnismäßig großen Entfernungen vom Apparate. Der Temperaturverlauf im Metallzylinder wurde durch Thermometer gemessen, die in axiale mit Quecksilber gefüllte Bohrungen eingesteckt waren. Die Bohrungen hatten verschiedene Abstände von der Axe des Zylinders. Aus der Kurve des Temperaturverlaufs zwischen diesen Thermometern wurden die Wandtemperaturen durch Extrapolation graphisch ermittelt sowie berechnet. Die Höhe der Zylinder betrug 7,1 cm. Die Dampftemperatur betrug rund 110° C, die Eintrittstemperaturen des Wassers schwankten zwischen ca. 21° C bis 33° C. Bei Serie Nr. 1, Gußeisen, glatt, war der innere Durchmesser des Metallzylinders $d_i = 2,64$ cm, die Wandstärke $\delta = 2,46$ cm. Die Geschwindigkeit des Wassers variierte zwischen $v = 3,78$ bis $43,9$ cm sk⁻¹, die übertragene Wärmemenge zwischen $Q = 1,9$ bis $4,94$ gr cal sk⁻¹ cm⁻².

Weitere Versuchsserien wurden mit glatten und rauhen Gußeisenzylindern von $d_i = 5,89$ cm, $\delta = 0,87$ cm ausgeführt. Hierbei war $v = 1$ bis 12 cm sk⁻¹, $Q = 1,2$ bis $4,75$ gr cal sk⁻¹ cm⁻². English und Donkin haben die Werte von a nicht ausgerechnet. Führt man die Rechnung durch, so ergibt sich folgendes. Die absoluten Werte von a sind sehr hoch. Die Werte der Serie 1 sind in Fig. 1, S. 21 eingezeichnet. Die aus den folgenden Serien gewonnenen Werte von a weichen nur wenig voneinander ab, jedoch scheint a bei rauher Oberfläche weniger mit der Geschwindigkeit zu wachsen als bei glatter. Ich konnte die aus diesen

1) English und Donkin, I.-N. 26.

Serien gewonnenen α ziemlich gut in die Form bringen: $\alpha = c v^n$. Hierin ist der Wert des Exponenten n der Geschwindigkeit für glatte etwas größer als für rauhe Rohre. Eine Gesetzmäßigkeit für die Abhängigkeit des α von den Temperaturen ließ sich nicht feststellen. Es sind nämlich die Werte nicht sehr zuverlässig. Die Wassergeschwindigkeiten liegen zum Teil wohl unterhalb der kritischen, bei den sehr kleinen Dimensionen des Apparates waren die Temperaturerhöhungen des Wassers sehr groß, rund 45 °C und die Messung der Wassertemperaturen nicht ganz einwandfrei. Der Temperaturfall in der Metallwand betrug bei Serie 1 17—46 °C, bei den andern etwa die Hälfte. Die in die Wand eingesetzten Thermometer befanden sich also in Berührung mit Schichten sehr verschiedener Temperatur, so daß die Messungen nicht genau sein konnten.

Eine größere Genauigkeit in der Temperaturmessung der Metallwand erzielten Holborn und Dittenberger¹⁾ und später Austin²⁾, die bei ihren Versuchen über die Wärmeabgabe von Metall an Wasser in enge Bohrungen in das Metall eingesteckte Thermolemente zur Temperaturmessung benutzten. Die Dicke der Wand betrug bei den Versuchen von Holborn und Dittenberger $\delta = 2$ cm, bei denen von Austin $\delta = 3$ cm. Dabei befand sich auf der einen Seite der Metallwand Öl, durch welches, wegen seiner isolierenden Eigenschaften, die Drähte der Thermolemente abgeleitet werden konnten. Die übertragenen Wärmemengen und der Temperaturfall in der Wand waren sehr gering, so daß die Messungen genau waren. Da diese Versuche in Gefäßen mit nicht gerührtem und durch Rührer künstlich bewegtem Wasser angestellt wurden, haben sie zur quantitativen Bestimmung der Abhängigkeit des α von der Geschwindigkeit keinen Wert. Austin fand als interessantes Ergebnis eine starke Zunahme von α mit der Temperatur bei nicht siedendem, aber heftig gerührtem Wasser³⁾.

Die umfangreichsten Wärmeübergangsversuche zwischen Metall und Wasser sind von Stanton⁴⁾ angestellt worden. Er bediente sich dabei einer von den bisher erwähnten wiederum verschiedenen Methode zur Ermittlung der Rohrwandtemperaturen. Sein Versuchsapparat bestand aus zwei senkrechten konzentrischen Rohren, die beide auf einem Gußeisengestell unten fest angeschraubt waren. Das äußere Rohr war am oberen Ende durch eine mit Gummi gedichtete Stopfbüchse verschlossen, durch die das innere Rohr herausragte, so, daß es sich bei der Erwärmung nach oben frei ausdehnen konnte. Durch beide Rohre strömte senkrecht abwärts jeweils die gleiche Wassermenge mit verschiedener Eintrittstemperatur. Die Temperaturen des ein- und austretenden Wassers wurden durch Thermometer gemessen. Die mittlere Temperatur der trennenden

1) Holborn und Dittenberger, L.-N. 35.

2) Austin, L.-N. 13.

3) Siehe weiter unten S. 93.

4) Stanton, L.-N. 62.

Rohrwand wurde durch die Längenausdehnung des innern Rohres bestimmt. Zu dem Zwecke war auf dem Stativ ein drittes starkes Eisenrohr angeschraubt, das stets auf konstanter Temperatur gehalten wurde. Dieses trug am oberen Ende eine Skala und den festen Punkt eines Hebels, dessen beweglicher Punkt durch das Ende des Versuchsrohres gebildet wurde. Die Länge des Versuchsrohres, d. h. seine mittlere Temperatur wurde durch die Zeigerstellung auf der Skala bestimmt.

Die Abmessungen des Apparates waren gering, die Länge der untersuchten Rohre war ~ 45 cm. Die Durchmesser der drei untersuchten blanken Kupferrohre betragen $d_i = 0,763; 1,07; 1,39$ cm. Die Wandstärke war $\delta = 0,08$ cm. Die übertragene Wärmemenge stieg bis zu $\sim Q = 10$ gr cal sk $^{-1}$ cm $^{-2}$. Bei der Auswertung seiner Versuche benutzte Stanton die von Reynolds¹⁾ aufgestellte Theorie des Wärmeübergangs. Er faßte sein Resultat zusammen in die folgenden Formeln, die nur oberhalb der kritischen Geschwindigkeit gelten.

1. Wärmeübergang von Metall an Wasser.

$$Q = \frac{k}{4} \frac{P^{2-m}}{d^{2-m}} (T - t) (1 + \gamma T) (1 + \beta t) v^{m-1} \text{ gr cal sk}^{-1} \text{ cm}^{-2} \quad . \quad 17)$$

Hierin ist:

Q = die sekundlich pro cm 2 übertragene Wärme in gr cal,

T = Rohrwandtemperatur in $^{\circ}\text{C}$,

t = mittlere Wassertemperatur in $^{\circ}\text{C}$,

d = innerer Rohrdurchmesser in cm,

v = Wassergeschwindigkeit in cm sk $^{-1}$,

$P = (1 + 0,0336 t + 0,000221 t^2)^{-1}$,

$m \cong 1,84$,

$k = 0,0105$,

$\gamma = 0,004$,

$\beta = 0,01$.

2. Wärmeübergang von Wasser an Metall.

$$Q = \frac{k}{4} \frac{P^{2-m}}{d^{2-m}} \frac{1}{P_{(t_s)}} (t - T) v^{m-1} \text{ gr cal sk}^{-1} \text{ cm}^{-2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

Hierin bleiben die Bezeichnungen dieselben wie vorher, außer:

$k = 0,0075$,

$$P_{(t_s)} = \left(1 + 0,0336 \frac{T+t}{2} + 0,000221 \left(\frac{T+t}{2} \right)^2 \right)^{-1}.$$

Der Faktor P^{2-m} in diesen Formeln ist aus der Reynoldsschen Theorie entnommen. P selbst bezeichnet das Maß der Abnahme der Viskosität mit steigender Wassertemperatur. Während nun außerdem beim Wärmeübergang von Metall an Wasser die Wasser- und die Wand-

1) Siehe weiter unten S. 23.

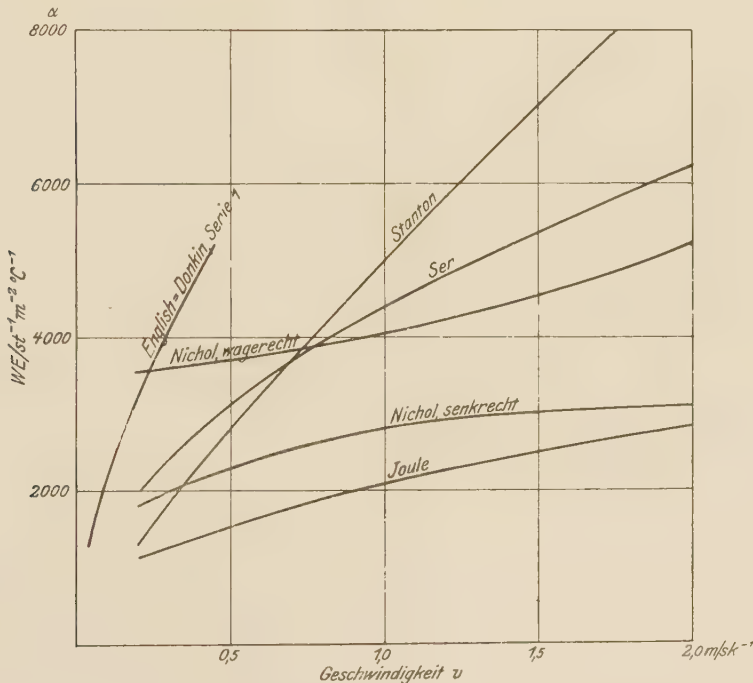
temperatur durch die Faktoren $(1 + \gamma T)(1 + \beta t)$ den Übergang beeinflussen, findet Stanton den Wärmeübergang von Wasser an Metall umgekehrt proportional der Viskosität der anhaftenden Schicht¹⁾. Er macht hier die nicht genau zutreffende Annahme, das die ganze Temperaturdifferenz zwischen t und T in der haftenden Schicht stattfindet, deren mittlere

Temperatur dann ist: $t_s = \frac{T + t}{2}$. Stanton's Versuche sind sehr sorgfältig

angestellt worden. Seine Formeln lassen sich aber nicht aus der Reynoldsschen Theorie allein erklären²⁾. Die in den Formeln ausgedrückte Abhängigkeit vom Durchmesser ist nicht experimental gefunden, sondern der Theorie entnommen worden. Daher bedürfen diese Formeln noch der Bestätigung, um so mehr, als sie keinen Schluß darauf zulassen, in welcher Weise die Konstanten k, m, γ, β für andere Oberflächenbeschaffenheit als die der untersuchten Kupferrohre sich ändern.

Der Wert von α nach Formel 17 ist in Fig. 1 eingetragen, und zwar für $d = 1,7$ cm, $t = 20^\circ$, $T = 25^\circ$. Die Werte sind umgerechnet auf $\text{WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} ^\circ\text{C}^{-1}$.

Fig. 1.



Wärmeübergangszahl α abhängig von der Wassergeschwindigkeit v .

Die vorstehenden Zeilen enthalten eine Übersicht über alle wichtigeren bisher gemachten Versuche zur Erforschung des Wärmeübergangs

1) Siehe weiter unten S. 23.

2) Siehe weiter unten S. 24

von Metall an Wasser. Soweit es möglich war, sind die Ergebnisse in Fig. 1 graphisch dargestellt. Dieser Überblick hat gezeigt, daß die Wärmedurchgangsversuche wegen der Unsicherheit der notwendigen Annahmen keine physikalisch genaue Berechnung der Wärmeübergangsgesetze zulassen. Weiter ersieht man, daß alle Versuche mit ungerührtem oder durch Rührer bewegtem Wasser die Abhängigkeit des α von der Wassergeschwindigkeit, die vor allem wichtig ist, nicht quantitativ feststellen können. Die Mehrzahl der eigentlichen Wärmeübergangsversuche ist nur wegen der angewandten Methode interessant. Ihre Ergebnisse sind weniger wertvoll, weil die Versuchsbedingungen zu sehr von den praktischen Verhältnissen abweichen. Als die interessantesten aller Versuche können die von Stanton gelten. Doch liegen ihre Werte sehr hoch, was auf die sehr günstigen Versuchsbedingungen zurückzuführen ist. Die großen Verschiedenheiten der Werte von α in Fig. 1 zeigen die Notwendigkeit weiterer Versuche. Vor allem fehlt bisher für Wasser eine genaue experimentelle Feststellung des Einflusses des Rohrdurchmessers sowie der Oberflächenbeschaffenheit auf die Wärmeübergangszahl.

III. Theorie der Wärmeübertragung

Nach der Theorie der Wärmeleitung kann ein Wärmeaustausch nur stattfinden, wenn die unendlich nahe benachbarten Teilchen an der Grenze zweier sich berührenden Körper nur eine unendlich kleine Temperaturdifferenz haben. Die Annahme eines endlichen Temperatursprunges würde das Brechungsgesetz der Isothermen an der Grenze zweier Körper ungültig machen und auch zu dem Ergebnisse führen, daß zwei sich berührende Körper im thermischen Gleichgewicht verschiedene Temperaturen haben könnten, worauf Chwolson¹⁾ hinweist. Eine Ausnahme hiervon machen nur stark verdünnte Gase. Die Abwesenheit eines endlichen Temperatursprunges an der Grenze zweier sich berührenden festen Körper ist mehrfach experimentell festgestellt worden. Zwischen Quecksilber und ruhendem Wasser wurde sie durch Versuche von Kolowrat-Tscherwinsky²⁾ bestätigt. Strömt Wasser durch ein geheiztes Metallrohr, so ist in jedem zur Rohraxe senkrechten Querschnitt die mittlere Wassertemperatur von der Rohrwandtemperatur verschieden. Doch findet auch in diesem Falle kein Temperatursprung an der Grenze statt. Durch Versuche mit strömendem Wasser in Kapillaren³⁾ ist erwiesen worden, daß die an die Wand angrenzende Wasserschicht an dieser haftet, so daß also stets der Wärmeübergang zwischen Metall und einer ruhenden Flüssigkeit stattfindet. Es ist vielfach die Annahme gemacht worden, daß das eigentlich strömende Wasser im Querschnitt tatsächlich eine konstante Temperatur

1) Chwolson, L.-N. 19.

2) Kolowrat-Tscherwinsky, L.-N. 42.

3) Siehe Winkelmann, L.-N. 12, Bd. I, S. 1373 u. f.

habe, und daß die gesamte Differenz zwischen dieser und der Wandtemperatur von der Wärmeleitung durch diese ruhende Schicht herrühre. Die

mittlere Temperatur dieser haftenden Schicht ist dann $t_s = \frac{T + t^1}{2}$. Unter

dieser Annahme berechnete Schaufelberger²⁾ aus seinen S. 17 erwähnten Versuchen die Dicke der haftenden Schicht zu $\delta_s = 0,02$ mm. Austin³⁾ fand bei seinem anders dimensionierten Apparate $\delta_s = 0,1$ mm. Diese Annahme allein kann jedoch nicht die Wärmeübergangserscheinungen erklären, wie aus der von Nußelt⁴⁾ aufgestellten Theorie hervorgeht. Im Gegensatz zu dieser Anschauung des Wärmeübergangs spricht Nußelt der haftenden Schicht eine endliche Stärke ab und setzt ihre Temperatur gleich der Rohrwandtemperatur⁵⁾. Während Nußelt die haftende Schicht unendlich dünn und keinen Temperatursprung annimmt, schließt Rogoffsky⁶⁾ aus seinen Versuchen (S. 17), im Gegensatz zur allgemeinen Theorie, dennoch auf einen endlichen Temperatursprung, da die große Temperaturdifferenz zwischen Metall und Wasser selbst durch eine anhängende Schicht von endlicher Stärke nicht zu erklären sei. Im Verhältnis zum Rohrdurchmesser ist eine haftende Schicht so dünn, daß sie nicht direkt meßbar ist.

Eine eigentliche Theorie des Wärmeübergangs in Rohrleitungen ist für Wasser zuerst von Reynolds⁷⁾ aufgestellt und von Stanton⁸⁾ zur Auswertung seiner Versuche benutzt worden. Nach dieser Theorie folgt die Wärmeübertragung denselben Gesetzen wie der Verlust an Strömungsenergie⁹⁾. Oberhalb der kritischen Geschwindigkeit ist nach Reynolds¹⁰⁾ der Druckhöhenverlust bei der Strömung in Rohren:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{P^{2-m}}{d^{3-m}} v^m \frac{B^m}{A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

Es gelten die früheren Bezeichnungen, außerdem ist:

x = Strömungsrichtung,

m, A, B = Konstanten.

Multipliziert man Gl. 19 mit πr^2 und ersetzt nun nach Reynolds

$$\pi r^2 \frac{dp}{dx} \text{ durch } G \frac{dt}{dx}$$

(G = sekundlich ausfließendes Wassergewicht),

1) Diese Annahme macht auch Stanton, siehe oben S. 21.

2) Schaufelberger, L.-N. 59.

3) Austin, L.-N. 13.

4) Nußelt, L.-N. 47.

5) L.-N. 47, S. 11.

6) Rogoffsky, L.-N. 56.

7) Reynolds, L.-N. 53.

8) Stanton, L.-N. 62.

9) „The motion of heat from the surface of the pipe follows the same laws as the motion of momentum to the surface whether by conduction or convection. — Stanton, L.-N. 62, S. 81.

10) Reynolds, L.-N. 54; siehe auch Stanton, L.-N. 62.

so erhält man nach einigen Umformungen und Substitutionen für die Temperaturerhöhung im Rohre eine Gleichung von der Form:

$$\frac{dt}{dx} = \text{const} \frac{P^{2-m}}{d^{3-m}} v^{m-2} (T-t) \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

α selbst erscheint in der Form:

$$\alpha = \text{const} \frac{P^{2-m}}{d^{2-m}} v^{m-1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

Aus der von Stanton nach seinen Versuchen aufgestellten Formel 17¹⁾ ist:

$$\alpha = \text{const} \frac{P^{2-m}}{d^{2-m}} v^{m-1} (1 + \gamma T)(1 + \beta t) \quad . \quad . \quad 17a)$$

Hierin ist: $m = 1,84$, $\gamma = 0,004$, $\beta = 0,01$.

Die empirisch gefundenen Faktoren $(1 + \gamma T)(1 + \beta t)$ zeigen, daß die Theorie nicht zur Erklärung der Wärmeübergangsgesetze ausreicht. Denn während α nach Formel 21 mit steigender Wassertemperatur t , d. h. bei abnehmender Viskosität P , im Verhältnis P^{2-m} abnehmen müßte, nimmt α nach Stanton's Versuchen außer mit steigender Wandtemperatur T auch mit der Wassertemperatur t zu. Denn das den gesamten Einfluß von t ausdrückende Produkt $P^{2-m}(1 + \beta t)$ ist gleich 1,047 für $t = 10^\circ\text{C}$ und gleich 1,293 für $t = 60^\circ\text{C}$. Diese Zunahme von α mit wachsenden Temperaturen ist nach Stanton wohl auf den Einfluß der Wärmeleitfähigkeit des Wassers zurückzuführen, die in der theoretischen Formel 21 keinen Ausdruck gefunden hat.

Eine andere Theorie des Wärmeübergangs stammt von Boussinesq²⁾ und ist für die Abkühlung von festen Körpern in ruhender Flüssigkeit, sowie für Strömung senkrecht und parallel zur Axe von Zylindern ausgearbeitet worden. Für den letzten Fall, die Strömung in Rohren³⁾, ist:

$$\alpha = b \sqrt{\frac{\lambda \cdot c \cdot v}{L}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 22)$$

Hierin ist: λ = Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeit,

c = spezifische Wärme " "

v = Geschwindigkeit " "

L = Rohrlänge,

b = Konstante.

Dieser Theorie ist die Annahme einer idealen Flüssigkeit zugrunde gelegt, also auch die Voraussetzung eines Gleitens entlang der Wand, das in Wirklichkeit nicht stattfindet.

Nach Abschluß meiner Versuche erschien eine letzte, sehr interessante und umfassende Theorie des Wärmeübergangs für zähe Flüssigkeiten von

1) Siehe Seite 20.

2) Boussinesq, L.N. 17.

3) Boussinesq, L.N. 17

Nußelt¹⁾. Ausgehend von den von Stokes²⁾ zuerst aufgestellten Bewegungsgleichungen für zähe Flüssigkeiten und der von Kirchhoff³⁾ stammenden Differentialgleichung der Wärmeübertragung in strömenden Flüssigkeiten findet Nußelt für α :

$$\alpha = b \lambda_{Wand} \frac{v^n}{d^{1-n}} \left(\frac{\varrho}{\eta} \right)^n \left(\frac{c_p \eta}{\lambda} \right)^m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

Hierin ist: λ_{Wand} = Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeit bei der Temperatur der Rohrwand,

λ = Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeit bei der Flüssigkeitstemperatur,

v = Geschwindigkeit,

d = Rohrdurchmesser,

ϱ = Dichte der Flüssigkeit,

c_p = Wärmekapazität der Flüssigkeit,

η = Viskosität,

n, m = Konstanten.

Unterhalb der kritischen Geschwindigkeit genau, oberhalb derselben in guter Annäherung kann gesetzt werden:

$$m = n$$

und

$$\alpha = b \lambda_{Wand} \frac{v^n}{d^{1-n}} \left(\frac{v \varrho c_p}{\lambda} \right)^n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 24)$$

Durch Versuche mit strömenden Gasen fand Nußelt diese Gleichung bestätigt. Der Exponent n hatte für die untersuchten glatten Messingrohre den Wert:

$$n = 0,786.$$

Mit der Reynoldsschen Theorie stimmt diese Formel überein in der Form der Abhängigkeit des Wärmeübergangs von v und d . Außerdem enthält sie die Wärmeleitfähigkeit. Die durch die Versuche von Stanton nicht erwiesene Abhängigkeit des α von der Viskosität, die nach der Theorie von Reynolds besteht, fällt in Nußelts Gleichung fort.

Die Anwendung der Nußeltschen Theorie auf Wasser stößt auf Schwierigkeiten wegen der Unkenntnis der Wärmeleitfähigkeit. Durch viele Versuche⁴⁾ ist diese zu ungefähr $\lambda = 0,0015 \text{ gr cal sk}^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ermittelt worden. Während aber Lees⁵⁾ eine starke Abnahme von λ mit steigender Temperatur fand, beobachteten umgekehrt H. F. Weber⁶⁾ und

1) Nußelt, L.-N. 47.

2) Stokes, L.-N. 64.

3) Kirchhoff, L.-N. 6, S. 113.

4) Siehe Landolt-Börnstein, L.-N. 7, S. 509.

5) Lees, L.-N. 7, S. 500.

6) Weber, L.-N., 68.

Graetz¹⁾ eine starke Zunahme, die von Graetz auch theoretisch erklärt wurde. Auch fand Graetz, daß die Wärmeleitfähigkeit unabhängig von der Viskosität ist.

IV. Grundlagen der Versuche

Die in Fig. 1 dargestellten, bisher bekannten Werte von a zeigen so bedeutende Abweichungen voneinander, daß die wichtige Frage nach den Gesetzen der Wärmeübertragung von Metall an Wasser als praktisch noch ungelöst bezeichnet werden muß.

Die für diesen Vorgang aufgestellten Theorien zeigen auch nur teilweise Übereinstimmung, wie z. B. die von Reynolds und Nußelt. So erwünscht die Bestätigung der Richtigkeit einer dieser Theorien für Wasser ist, so können Versuchsergebnisse nicht vollkommen genau in Einklang mit einer Theorie gebracht werden, weil zwei wichtige, den Wärmeübergang beeinflussende Faktoren für Wasser nicht bekannt sind. Es ist dies erstens die anhaftende Schicht, deren Dicke und Änderungsgesetze bis heute noch unerforscht sind. Die zweite, wichtigere unbekannte Größe ist die Wärmeleitfähigkeit des Wassers.

Die Notwendigkeit einerseits, neue, möglichst direkt in der Praxis brauchbare Versuchsergebnisse zu gewinnen, und die Unmöglichkeit andererseits, diese Resultate vollkommen genau theoretisch auswerten zu können, ergaben die folgenden Gesichtspunkte, nach denen die Versuche von Verfasser anzustellen waren:

1. Die Art und die Dimensionen des Apparates waren so zu wählen, daß sie sich sowohl den praktischen Verhältnissen anschlossen, wie auch einen qualitativen und quantitativen Vergleich der Resultate mit den wichtigsten, durch andere Versuchsanordnungen gewonnenen Ergebnissen zuließen.

2. Die Ausdehnung der Versuche war so zu bemessen, daß alle den Wärmeübergang bestimmenden Größen systematisch untersucht werden konnten. Hierbei mußte zunächst darauf gesehen werden, eine allgemeine, praktisch anwendbare, wenn auch eventuell rein empirische Formel aufzustellen.

3. Weiterhin sollte eine Genauigkeit der Messungen erzielt werden, die es gestattete, die gewonnenen Ergebnisse zur Prüfung der bestehenden Theorien zu benutzen, soweit dies bei der jetzigen, teilweise noch unvollkommenen Kenntnis der theoretisch wichtigen Faktoren möglich ist.

Die zu lösende Aufgabe bestand kurz in folgendem: Der Wärmeübergang ist zu untersuchen auf die Abhängigkeit von der Oberflächenbeschaffenheit (O), dem Rohrdurchmesser (d), dem Wasserdruck (p), der Wassergeschwindigkeit (v), sowie der Viskosität, der Wärmeleitfähigkeit und der haftenden Schicht. Diese drei letzten Größen sind alle ab-

¹⁾ Graetz, L.-N. 28.

hängig von der mittleren Wassertemperatur (t) oder auch von der innern Rohrwandtemperatur (T_i). Es soll also α untersucht werden als:

$$\alpha = c f(O) f_1(d) f_2(p) f_3(v) f_4(t) f_5(T_i) \dots \quad 25)$$

Als Versuchsgesamtheit diene ein Metallrohr, das von Wasser mit beliebig einregulierbarer Eintrittstemperatur t_1 durchströmt wurde. Die Rohrwand wurde auf eine mittlere Temperatur $T > t_1$ gebracht, indem durch ein zweites, das Versuchsrohr konzentrisch umschließendes Mantelrohr, Wasser von höherer Temperatur strömte.

Zur Bestimmung des Wärmeübergangs sind zu ermitteln die mittlere Wassergeschwindigkeit v , die vom Rohre an das Wasser abgegebene sekundliche Wärmemenge W , die innere Oberflächentemperatur T_i und die mittlere Wassertemperatur t_m . Allen Versuchen werde ein Dauerzustand zugrunde gelegt, derart, daß sich augenblicklich weder das sekundlich durch das Rohr strömende Wassergewicht G gr sk⁻¹, noch die Einstromtemperatur t_1 , noch die innere Oberflächentemperatur T_i ändern. In diesem Falle bleibt auch die von der Oberfläche sekundlich an das Wasser abgegebene Wärmemenge W gr cal sk⁻¹ konstant. Die Wassergeschwindigkeit ist:

$$v = \frac{G}{q} \text{ cm sk}^{-1} \dots \quad 26)$$

q = Rohrquerschnitt in cm².

Der Wasserdruck wich bei den Versuchen nicht sehr stark vom atmosphärischen ab. Da die Änderung der spezifischen Wärme c des Wassers mit Druck und Temperatur sehr gering ist¹⁾, kann gesetzt werden: $c = \text{const} = 1$. Die Ein- und Austrittstemperaturen t_1 und t_2 wurden direkt gemessen. Es ist also die an das Wasser im Rohre von der Oberfläche übertragene Wärmemenge:

$$W = G (t_2 - t_1) \text{ gr cal sk}^{-1} \dots \quad 27).$$

Bei der Form des gewählten Apparates²⁾, der aus zwei konzentrischen Rohren bestand, war die Messung der Wandtemperatur durch Thermoelemente unmöglich. Es wurde daher die Temperaturbestimmung durch die Längenausdehnung des Rohres gewählt. Diese Messung ist zulässig und genau, wenn die mittlere Rohrtemperatur T sich über die Rohrlänge nicht oder nur sehr wenig ändert. Wird der Apparat gegen Wärmeverluste nach außen geschützt, so kann diese Voraussetzung auf folgende Weise erfüllt werden. Es strömen bei dem oben beschriebenen Dauerzustande durch das innere Rohr und durch den Ringquerschnitt zwischen diesem und dem Mantelrohre dieselben sekundlichen Wassermengen in gleicher Richtung. Beide haben eine konstante Eintrittstemperatur, von denen die im äußeren Querschnitte die höhere sei. Dann ist die Temperaturerniedrigung im äußern Querschnitt gleich der Temperaturerhöhung des Wassers im

1) Siehe Chwolson, L.-N. 1, Bd. III, S. 182, sowie Hütte I, L.-N. 5, S. 299.

2) Siehe unten S. 30.

innern Rohre. Es bleibt also über die ganze Länge des Rohres in jedem zur Rohraxe senkrechten Querschnitte die Summe der beiden Wassertemperaturen konstant. Sorgt man dafür, daß die Temperaturveränderung des Wassers zwischen Eintritt und Austritt gering bleibt, d. h. ungefähr 7°C nicht überschreitet, so kann man annehmen, daß das Verhältnis der Differenz zwischen der Temperatur des wärmeren Wassers im Mantelrohre t_w und der Rohrtemperatur T zur Differenz zwischen der Rohrtemperatur T und der Temperatur des kälteren Wassers im Versuchsrohre t_k über die ganze Rohrlänge konstant bleibt. D. h. der Wert $\frac{t_w - T}{T - t_k}$ ist für alle zur Rohraxe senkrechten Querschnitte derselbe¹⁾. T selbst würde über die ganze Rohrlänge konstant sein, wenn $T = \frac{t_w + t_k}{2}$ wäre. In Wirklichkeit ist T nicht genau das arithmetische Mittel aus den beiden Wassertemperaturen. Doch ist die Abweichung hiervon und die dadurch hervorgerufene Änderung von T über die Rohrlänge so gering, daß mit genügender Genauigkeit für die ganze Rohrlänge T gleich dem durch die Längenausdehnung des Rohres gemessenen Mittelwerte gesetzt werden kann.

Nach Bestimmung dieser mittleren Rohrtemperatur kann die Temperatur T_i der inneren Rohrwand berechnet werden. Aus der nach Formel 27 ermittelten, durch die Rohrwand hindurchgehenden Wärmemenge ergibt sich zunächst der gesamte Temperaturfall $T_a - T_i$ in der Rohrwand:

$$T_a - T_i = W \ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right) \frac{1}{\lambda 2 \pi L} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 28)$$

Außer den schon benutzten Bezeichnungen ist:

r_a = äußerer Radius in cm,

r_i = innerer Radius in cm,

λ = Wärmeleitfähigkeit des Metalles in gr cal sk⁻¹ cm⁻¹ °C⁻¹,

L = Rohrlänge in cm.

Die mittlere innere Rohrwandtemperatur ist angenähert:

$$T_i = T - \frac{T_a - T_i}{2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 29)$$

Diese Annäherung durfte gemacht werden, weil bei allen benutzten Rohren die Wandstärke sehr gering war: $\delta = 0,1$ cm, und weil die zur Auswertung benutzten Versuche einen sehr kleinen Temperaturfall in der Wand aufwiesen, der selbst im Maximalfalle nicht ganz 1°C betrug.

Bei dem angenommenen Dauerzustande bleibt während des Versuchs in jeder senkrecht zur Rohraxe, also zur Strömungsrichtung des Wassers gelegten Schnittfläche die Differenz zwischen der Wandtemperatur T_i und der mittleren Wassertemperatur t konstant. Die innere Wandtemperatur ist $T_i = \text{konst.}$ Es handelte sich um die rechnerische Be-

1) Siehe auch Stanton, L.-N. 62, S. 69.

V. Die Versuchsanordnung

1. Die Versuchsrohre

Als zu untersuchendes Metall wurde Eisen und Messing gewählt. Dieses letzte gewinnt als Material für Kühlrohre im Kondensatorbau immer größere Bedeutung. Ich ging von dem Grundsatz aus, keinerlei besonders zu Versuchszwecken bearbeiteten oder angefertigten Rohre zu untersuchen, sondern nur solche, die im Handel vorrätig sind und für technische Zwecke in Betracht kommen. Um ein möglichst genaues Resultat zu liefern, sollten die Rohre folgende Eigenschaften haben: Die Wandstärke sollte gering sein, die Struktur des Metalles möglichst homogen und die Oberflächenbeschaffenheit über das ganze Rohr gleichförmig. Diese Bedingungen wurden erfüllt durch die für die Versuche gewählten Mannesmann-Präzisionsstahlrohre¹⁾ und nahtlos gezogenen Messingrohre²⁾. Der eigentliche Versuchsapparat bestand aus zwei konzentrischen Rohren, dem Versuchsrohr und einem Mantelrohr von größerem Durchmesser. Das Mantelrohr bestand bei allen Versuchen aus demselben Material wie das Versuchsrohr und hatte auch die gleiche Oberflächenbeschaffenheit. Der Durchmesser des äußeren Rohres wurde so gewählt, daß der Ringquerschnitt zwischen beiden Rohren ungefähr dieselbe Größe hatte wie der innere Querschnitt des Versuchsrohres, um bei gleichen sekundlichen Wassermengen auch möglichst gleiche Geschwindigkeiten auf beiden Seiten des Versuchsrohres zu erzielen. Eine genaue Erfüllung der Bedingung gleicher Querschnitte war nicht möglich, weil ich bei der Wahl der Durchmesser auf die in den Fabriken hergestellten Maße angewiesen war.

Die für den Wärmeaustausch in Betracht kommende Länge der Versuchsrohre betrug $L \approx 192$ cm. Die untersuchten innern Durchmesser betrugen $d_i = 1,7$ cm und $d_i = 2,8$ cm. Die Wandstärke war bei allen Rohren $\delta = 1$ mm.

In Zahlentafel 1 sind die Rohrmaße der beiden von Josse untersuchten Kondensatoren und der wichtigeren in Abschnitt II beschriebenen Versuchsanordnungen zur Untersuchung des Wärmeübergangs an Wasser zusammengestellt. Die von mir gewählten Maße schließen sich den praktischen Verhältnissen beim Kondensator gut an und haben gegenüber geringeren Maßen den Vorteil, daß sie eine genauere Bestimmung der Längenausdehnung des Rohres, d. h. der mittleren Rohrtemperatur zulassen. Die Wahl des größten untersuchten Durchmessers erfolgte mit Rücksicht auf die zur Verfügung stehende Wassermenge und auf die Wirksamkeit der Heizapparate.

1) Die Mannesmann-Präzisionsstahlrohre wurden mir von Herrn Max Mannesmann, Düsseldorf, freundlichst zur Verfügung gestellt.

2) Die nahtlos gezogenen Messingrohre wurden bezogen von der Firma Wieland & Co., Ulm.

Zahlentafel 1.

Rohrmaße verschiedener Versuchsanordnungen.

	Rohrlänge	Innerer Durchmesser	Wandstärke	Art der Versuche
	cm	cm	mm	
Josse (Cond. I) ¹⁾ .	230	1,8	1,0	W.-Durchgang
Josse	120	1,5	—	
(Condensator II) ²⁾ .	58,8	1,5	—	"
Ser	31,4	1,0	1,0	"
Nichol	—	2,0	~1,0	"
Hagemann . . .	94	4,4	2,45	"
English und Donkin				
(Serie I)	6,75	2,64	24,6	W.-Übergang
Stanton	44,5—47	0,76—1,37	0,8	"
Soennecken . . .	191, 192	1,7 2,8	1,0	"

Die Versuchsrohre wurden senkrecht angeordnet, um in jedem zur Rohraxe senkrechten Querschnitte eine gleichmäßige Wasserdichte zu erzielen. Das Wasser strömte in beiden Rohren stets in gleicher Richtung und zwar von oben nach unten³⁾. Der Ausdehnungskoeffizient des Eisens ist sehr gering⁴⁾, $\beta = 0,000011$. Dies entsprach einer Ausdehnung des 192 cm langen Eisenrohres um rund 2 mm für eine Erwärmung um 100° C. Im Interesse der Messungsgenauigkeit erschien es nicht wünschenswert, die Länge des Apparates geringer zu nehmen. Da nun das Verhältnis der Rohrlänge zum Durchmesser sehr groß wurde, mußte eine Versuchseinrichtung getroffen werden, welche den störenden Einfluß der elastischen Durchbiegung der Rohre auf die Bestimmung der Längenausdehnung vermied. Deshalb wurde der Versuchsapparat nicht stehend, sondern hängend angeordnet. Die Gesamtanordnung ist ersichtlich aus den Figg. 2 und 3 und der schematischen Fig. 4. An eine im Laboratorium vorhandene starke senkrechte Trägerkonstruktion war in der Höhe von 3,20 m über dem Fußboden die wagrechte gußeiserne Grundplatte des Apparates auf zwei Konsolen befestigt. [(a) Fig. 5. Der erwähnte senkrechte Träger ist nicht eingezeichnet.] Die Grundplatte (a) hatte einen runden Ausschnitt, über dem die Messingplatte (b) auf (a) fest angeschraubt wurde. In diese Messingplatte war in der Mitte von oben die Hülse für Thermometer Nr. 1, von unten das eigentliche Versuchsrohr mit dem angelöteten Gewinde (c) eingeschraubt. Das oben eintretende Wasser strömte durch die Thermometerhülse direkt in das Versuchsrohr. In einem seitlichen Gewinde der Messingplatte (b) befand sich die Hülse

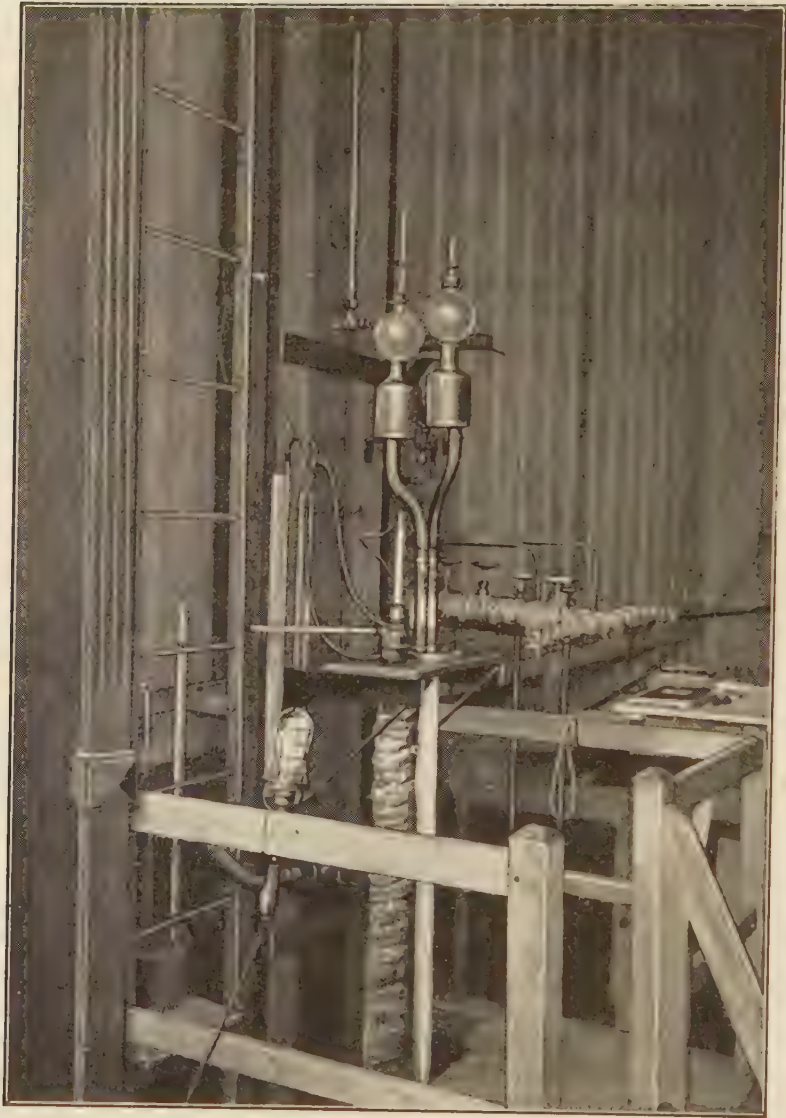
1) Condensator I hat 89 qm Kühlfläche. S. a. Josse, L.-N. 37, S. 381

2) Condensator II hat 28,5 qm Kühlfläche. S. a. Josse, L.-N. 37, S. 407.

3) Versuche mit umgekehrt strömendem Wasser, siehe unten S. 82.

4) Siehe Hütte, L.-N. 5, Bd. I, S. 297.

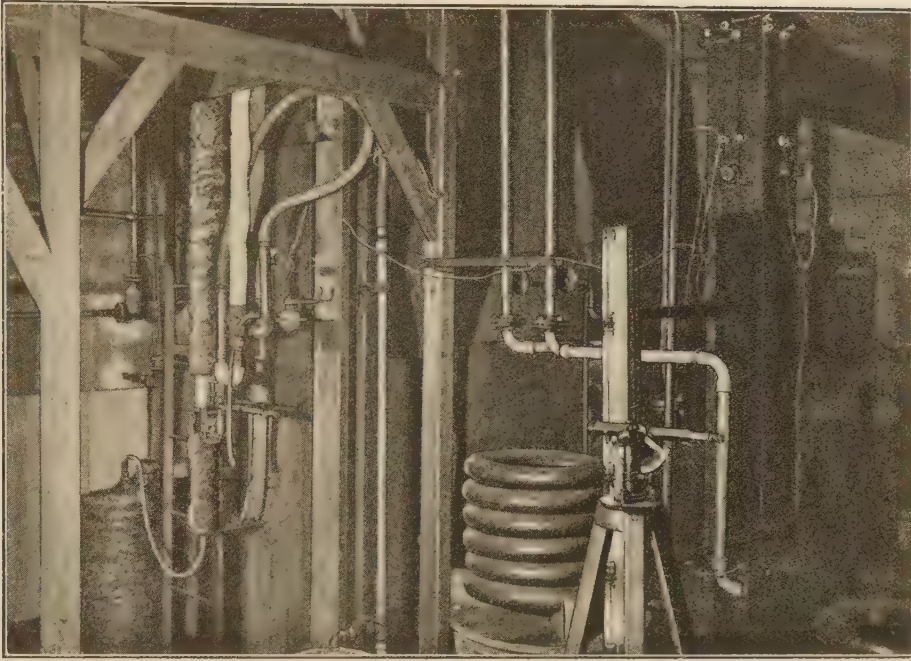
Fig. 2.



Oberer Teil des Versuchsapparates.

für Thermometer Nr. 3. Das Mantelrohr des Apparates war mit dem eingelöteten Gewinde (*c*) in eine zweite Messingplatte (*d*) eingeschraubt. Diese Platte wurde wieder von unten an der Platte (*b*) fest angeschraubt. Die Platte (*d*) war innen so ausgebohrt, daß das durch die Hülse des Thermometers Nr. 3 eintretende Wasser durch einen kurzen Kanal zwischen den Platten (*b*) und (*d*) hindurchfloß und dann in das Mantelrohr einströmte. Die einzelnen Metallplatten und Schrauben waren durch zwischengelegte Lederscheiben gegen einen direkten Wärmeaus-

Fig. 3.



Unterer Teil des Versuchsapparates.

tausch nach Möglichkeit geschützt. Dieser Verschluß des Apparates vereinigte folgende Vorteile:

1. Die Wasserwege zwischen den Thermometern und der Stelle des beginnenden Wärmeaustausches waren sehr kurz, so daß die Temperaturablesungen sehr zuverlässig waren.

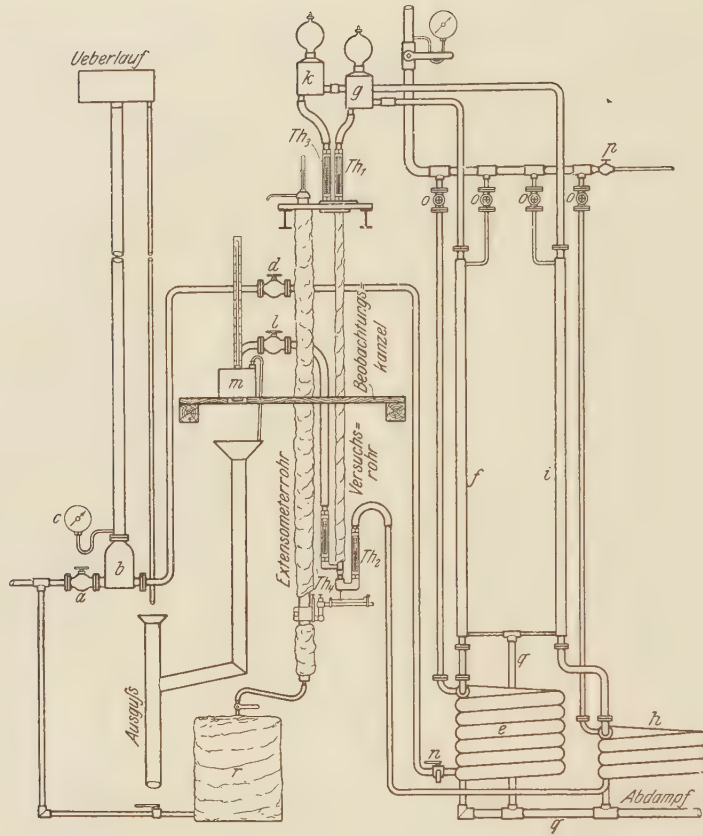
2. Beide Thermometer befanden sich oberhalb der Grundplatte dicht nebeneinander und konnten beständig verglichen werden, wodurch das Konstanthalten und Einregulieren der Temperaturen bei den Versuchen sehr erleichtert wurde.

3. Das Mantelrohr konnte sehr leicht abgeschraubt und der ganze Apparat ohne großen Zeitverlust auseinander genommen werden, was zur Kontrolle der Oberflächenbeschaffenheit oft nötig war.

Durch die Verschraubung waren die Rohre am oberen Ende genau zentriert. Am unteren Ende wurde die Zentrierung durch einen im äußeren Rohre angelöteten Ring (*f*) (siehe Fig. 5) erreicht. Um eine seitliche elastische Ausbiegung des inneren Rohres im äußeren zu verhindern, waren die beiden Rohre in der Mitte der Länge durch drei um 120° versetzte, am inneren Rohre angelötete Spitzen nochmals geführt.

Gewisse Schwierigkeiten machte der Abschluß am unteren Ende des Mantelrohres. Dieses mußte gegen das innere Rohr vollkommen dicht geschlossen sein und doch eine freie Längsausdehnung desselben gestatten. Zunächst wurden Versuche mit Stopfbüchsen gemacht. Aber

Fig. 4.

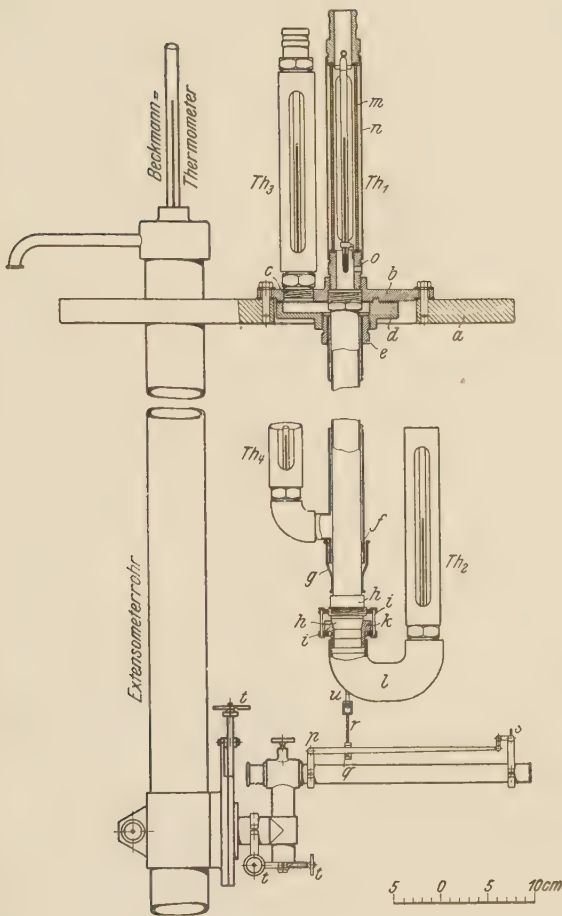


Schematische Darstellung des Versuchesapparates.

selbst bei Anwendung möglichst reibungsfreier Packungen verklemmte sich das Versuchsrohr so stark, daß Ausdehnungsmessungen innerhalb $2-4^{\circ}\text{C}$ Temperaturunterschied, entsprechend einer Ausdehnungsdifferenz von ca. $0,04-0,08\text{ mm}$, nicht mehr genau anzustellen waren. Darum wurde die Stopfbüchse aufgegeben und der Verschluß zwischen beiden Rohren durch einen Gummistutzen (g) gebildet. Diese aus bestem elastischen Paragummi eigens angefertigten Stutzen wurden durch Umwicklung mit Draht an den Rohren befestigt. Ihre Wandstärke war ca. $1,5-2\text{ mm}$. Sie wurden deshalb spiralförmig mit schmalen Leinwandstreifen umklebt, um eine Ausdehnung durch den Wasserdruck zu vermeiden. Die Gummistutzen hielten Temperaturen bis 95°C gut aus und erfüllten ihren Zweck vollkommen.

Beim Auseinandernehmen des Apparates mußte das Mantelrohr über das Versuchsrohr hinabgezogen werden. Darum erhielt das Versuchsrohr am unteren Ende einen leicht lösbaren Verschluß. (Siehe Fig. 5.) Am Versuchsrohre war der mit einem Gewinde versehene Konus (h)

Fig. 5.



Versuchsrohr und Extensometerrohr.

angelötet. Der Durchmesser dieses Gewindes war etwas geringer als der innere Durchmesser des Mantelrohres. Mittels der beiden durch Schrauben verbundenen Ringe (*i*), deren oberer auf das Gewinde von (*h*) passte, wurde der Konus (*k*) gegen (*h*) gepresst. Durch Lösung dieser Verschraubung wurde der Konus (*k*) mit dem U-Rohr (*l*) und der Hülse von Thermometer Nr. 2 zugleich abgenommen. Die Temperatur des aus dem Mantelrohre austretenden Wassers wurde durch Thermometer Nr. 4 gemessen. An der Ein- und Austrittsstelle des Wassers bei beiden Rohren waren Bohrungen angebracht, um den Wasserdruck durch Manometer messen zu können. Während der Versuche war der ganze Apparat durch Umwicklung mit Seide gegen Wärmeverluste nach außen isoliert.

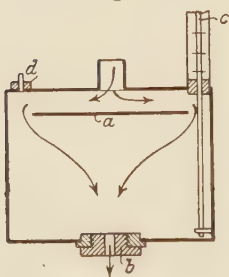
2. Wasserweg und Wassermessung (Fig. 4)

Das zu den Versuchen gebrauchte Wasser wurde der städtischen Wasserleitung entnommen. Zahlreiche Vorversuche ergaben, daß der Druck dieser Wasserleitung allzu unregelmäßig war, um das Wasser direkt in den Apparat strömen zu lassen. Ein hochgelegenes Bassin stand nicht zur Verfügung. Deshalb wurde zur Erzielung eines gleichmäßigen Wasserdruckes im Versuchsapparat ein Überlauf¹⁾ angelegt. Das der städtischen Leitung durch das Ventil (*a*) entnommene Wasser strömte in einen zylindrischen Topf (*b*) von 15 cm Durchmesser und 20 cm Höhe. Dieser Topf bewirkte durch die Erweiterung des Querschnitts eine Verminderung der Geschwindigkeit. Er besaß im Innern eine senkrechte Zwischenwand, die ungefähr bis zu $\frac{2}{3}$ der Höhe reichte. Hierdurch wurde verhindert, daß sich Druckstöße des eintretenden Wassers direkt der zum Apparate führenden Leitung mitteilten. Die zum Apparat strömende Wassermenge wurde durch das Ventil (*d*) reguliert. Eine geringe

¹⁾ Die Anregung hierzu verdanke ich Herrn Prof. Dr. Dr.-Ing. R. Camerer in München,

Wassermenge stieg ständig durch das weite Steigrohr zum Überlauf. Der Überlauf selbst war dicht unter dem Dache des Laboratoriums angebracht. Er bestand aus zwei konzentrischen zylindrischen Blechgefäßen. Das eintretende Wasser füllte das innere Gefäß bis zum Rande und lief in das äußere über. Durch diesen Überlauf glichen sich Unregelmäßigkeiten des Wasserdrucks vollkommen aus. Zur Kontrolle der Wasserhöhe im Steigrohre diente das Manometer (c). Außerdem wurde das überlaufende Wasser an einer dem Experimentator sichtbaren Stelle in den Ausguß geleitet. Die durch das Ventil (d) hindurchgelassene Wassermenge durchströmte die Heizschlange (e), das senkrechte Heizrohr (f), den Luftabscheider (g) und trat sodann in die Hülse von Thermometer Nr. 1 und in das Versuchsrohr ein. Da bei allen Versuchen durch das Versuchsrohr und durch das Mantelrohr die gleiche Wassermenge strömen sollte, wurde das aus dem Versuchsrohre bei Thermometer Nr. 2 unten austretende Wasser weiter benutzt. Es wurde durch die Heizschlange (h), das Heizrohr (i), den Luftabscheider (k) hindurchgeführt und trat bei Thermometer Nr. 3 oben in das Mantelrohr des Apparates ein. Bei Thermometer Nr. 4 trat es aus, wurde dann noch durch das zur Regelung des Druckes im Apparate dienende Drosselventil (l) und von dort in das Meßgefäß (m) geleitet¹⁾. Von hier aus fiel es frei in den Ausguß. Durch die Vermeidung getrennter Wasserentnahme für beide Rohre wurde nicht nur gleiche Wassermenge in beiden Rohren bei einmaliger Meßstelle garantiert, sondern auch eine bedeutende Ersparnis an Wasser und Heizdampf erzielt.

Fig. 6.



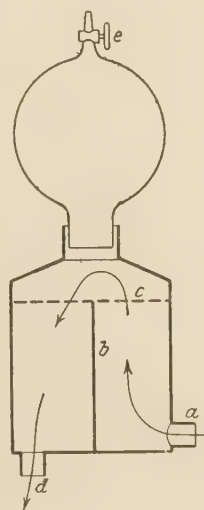
Der Apparat zur Messung der durchfließenden Wassermenge bestand aus einem zylindrischen Blechgefäß von 20 cm Durchmesser und 15 cm Höhe. Das Wasser trat oben in der Mitte senkrecht in das Gefäß ein. (Siehe Fig. 6.) Durch die horizontale Platte (a) wurde das Wasser gleichmäßig radial verteilt und floß durch die am Boden des Gefäßes in der Mitte eingeschaubte Düse (b) aus. Das aus dem Gefäße ca. 70 cm herausragende Glasrohr (c) diente als Steigrohr. An der dahinter befindlichen Skala konnte

die Druckhöhe des Wassers, d. h. die sekundlich aus der Düse ausfließende Wassermenge abgelesen werden. Bei (d) war ein mit einem Hahn verschließbares Röhrchen zum Entlüften des Gefäßes angebracht. Ein Satz von vier vernickelten Messingdüsen war vor den Versuchen für die Wassermengen von 0,01—0,6 lit sk⁻¹ geeicht worden. Dieser Apparat zeigte Schwankungen der Wassermenge sofort an. Die trotz des Überlaufs noch möglichen Schwankungen betrugen bei der geringsten zur Verwendung kommenden Wassermenge $G = 140 \text{ gr sk}^{-1}$ nur noch $\pm 0,4\%$, bei $G = 200 \text{ gr sk}^{-1}$ waren Schwankungen nicht mehr nachzuweisen.

1) Der beschriebene Wasserweg gilt für Versuche, bei denen das Wasser ins Mantelrohr mit höherer Temperatur eintritt als in das Versuchsrohr.

Bei Wassertemperaturen über 50° wurden in den Heizvorrichtungen ziemlich große Luftmengen aus dem Wasser ausgeschieden, welche Störungen im Druck und der Menge des durch den Apparat fließenden Wassers verursachten. Darum wurden an den höchsten Stellen der Versuchsanordnung, je vor dem Eintritt des Wassers in das Versuchs- und Mantelrohr Luftabscheider eingebaut. Es waren dies zylindrische Blechgefäße von 15 cm Durchmesser und 17 cm Höhe, auf denen oben eine Glaskugel von 15 cm Durchmesser aufgekittet war. (Siehe Fig. 7.) Das Wasser trat durch das Ansatzrohr (*a*) ein, wurde durch die Zwischenwand (*b*) gezwungen, zweimal das Drahtnetz (*c*) zu passieren und trat durch das Ansatzrohr (*d*) aus dem Luftabscheider aus. Infolge der Querschnittserweiterung war die Wassergeschwindigkeit im Luftabscheider gering. Die mitgerissenen und sich an dem Siebe (*c*) teils neu ausscheidenden Luftbläschen stiegen in die wassergefüllte Glasglocke, und die Luft wurde hieraus durch Öffnen des eingeschliffenen Hahnes (*e*) von Zeit zu Zeit entfernt.

Fig. 7.



Die lichte Weite der ganzen Wasserleitungen war ein Zoll. Der Versuchsapparat selbst war an die Wasserleitungen durch Gummischläuche angeschlossen. Diese waren am unteren Ende des Apparates bei Thermometer Nr. 2 und Nr. 4 durch federnde Aufhängung gut ausbalanciert, so daß sie keinen Druck auf die Thermometerhülsen ausübten. Hierdurch wurde ein Druck der Zentrierungsringe und -spitzen zwischen den Versuchsrohren auf die Rohrwände vermieden und so dem innern Rohre eine möglichst reibungsfreie Längenausdehnung gesichert.

Zur Entleerung des Apparates diente der Hahn (*n*). (Siehe Fig. 4.)

Da das Laboratorium niedrig gebaut ist, konnte der Überlauf nur ca. 10 m über der Grundplatte des Apparates angelegt werden. Daher betrug die erzielbare größte Wassermenge nur ungefähr $G = 500 \text{ gr sk}^{-1}$.

3. Die Heizvorrichtung

Die Heizung des Wassers geschah mit Dampf, der dem Dampfkessel im Maschinenhaus des Laboratoriums entnommen wurde. Zum Heizen dienten die beiden kupfernen Heizschlangen (*e*) und (*h*) (siehe Fig. 4), von denen die erste ca. 1,3 qm, die zweite ca. 0,5 qm effektive Heizfläche hatten. Zur genauen Regulierung der Eintrittstemperaturen dienten die beiden Heizrohre (*f* und *i*). Diese bestanden aus einem dünnwandigen Messingrohr von 2 m Länge und 2,9 cm Durchmesser, wodurch das Wasser floß, und welches durch einen Dampfmantel geheizt wurde. Zur Erzielung einer möglichst starken Erwärmung wurde das Wasser in den Heizschlangen und Heizrohren im Gegenstrom zu dem Dampf geführt. Um das Kondensat ableiten zu können, strömte der

Dampf in den Heizapparaten abwärts. Das Kondensat wurde durch die Leitung (*q*) entfernt. Die Dampfzufuhr wurde durch die Ventile (*o*) reguliert, das Ventil (*p*) diente dazu, Wasser aus der Hauptdampfleitung zu entfernen. Die Heizvorrichtungen reichten hin, um zusammen eine Wassermenge $G = 500 \text{ gr sk}^{-1}$ um 80° zu erwärmen. Der hierzu nötige Dampfdruck betrug $\sim 6 \text{ Atm. abs.}$ Dabei konnte die Eintrittstemperatur des Wassers im innern Versuchsrohr auf $0,05^\circ\text{C}$ genau einreguliert werden. Um diese Genauigkeit zu erzielen und um möglichst schnell die Wirkungen einer Veränderung der Heizdampfmengen auf die Wassertemperaturen an den Thermometern Nr. 1 und 3 wahrnehmen zu können, wurde auf eine Isolierung der Heizapparate und Wasserleitung verzichtet.

4. Die Bestimmung der Wassertemperaturen

Es wurden vier Wassertemperaturen gemessen, je die Eintritts- und Austrittstemperatur beim Versuchsrohr und am Mantelrohr des Apparates. Die Thermometer waren in Glasrohren (*m*) in den Wasserstrom eingebaut. (Siehe Thermometer Nr. 1, Fig. 5.) Das Glasrohr (*m*) steckt in einer, vorne und hinten geschlitzten Messinghülse (*n*) und war durch Gummiringe an beiden Enden gegen die Ansatzrohre (*o*) abgedichtet. Die Thermometer werden unten durch elastische, an der Rohrwand angelötete Metallklammern gehalten, oben durch dünne Drahringe zentriert. Zur Vermeidung eines Wärmeaustauschs mit den Thermometern waren die Metallklammern mit Seide umwickelt.

Es wurden in $0,2^\circ\text{C}$ geteilte Thermometer von R. Fueß, Steglitz, benutzt, die von der physikalisch-technischen Reichsanstalt geeicht waren. Ein Satz Thermometer hatte den Meßbereich von $0-60^\circ\text{C}$, ein zweiter von $40-100^\circ\text{C}$. Die Ablesungen erfolgten mit der Lupe, wobei die Thermometer von rückwärts beleuchtet wurden. Da der Druck an den vier Meßstellen nicht sehr verschieden war, wurden Druckkorrekturen der Thermometerablesungen nicht vorgenommen.

Die Zulässigkeit von Temperaturmessungen strömenden Wassers durch zentrisch und axial im Wasserstrom eingebaute Thermometer ist manchmal angefochten worden mit dem Hinweis darauf, daß strömendes Wasser eine ungleichmäßige Temperaturverteilung über den Rohrquerschnitt zeige, wenn es durch die Rohrwand abgekühlt oder erwärmt werde. Hierauf gründet sich die Forderung, vor der Temperaturmeßstelle besondere Wirbelvorrichtungen einzubauen. Stanton¹⁾ fand durch besondere Vorversuche, bei denen er die Wassertemperatur in verschiedenen Teilen des Querschnittes gesondert maß, keinen Temperaturunterschied.

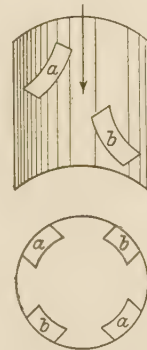
Verfasser erzielte an den Eintrittsstellen des Wassers (bei Thermometer Nr. 1 und Nr. 3) eine durchaus gleichmäßige Wassertemperatur im Querschnitt, weil das Wasser in den Luftabscheidern kräftig durcheinander gewirbelt wurde. Das durch den Ringquerschnitt des Apparates strö-

1) Stanton, L.N. 62, S. 70.

mende Wasser erlitt vor der zweiten Meßstelle (Thermometer Nr. 4) eine so plötzliche und starke Richtungsänderung, daß auch hier eine genügende Durchwirbelung stattfand, also im ganzen Querschnitt gleichmäßige Temperatur herrschte. Eine ungleichmäßige Temperaturverteilung hätte möglich sein können an der Austrittsstelle des Wassers aus dem inneren Rohre, bei Thermometer Nr. 2.

Zur Prüfung der Verhältnisse baute Verfasser am unteren Ende eine Wirbelvorrichtung in das Versuchsrohr ein. (Siehe Fig. 8.) Diese Vorrichtung bestand aus einer Messinghülse, in der vier kleine Messingflügel angebracht waren, die paarweise gegenüberstanden. Die oberen Flügel (*a*) waren so gebogen, daß sie dem abwärts strömenden Wasser eine kräftige Drehung nach links gaben. Die etwas tiefer stehenden Flügel (*b*) gaben dem Wasser eine Rechtsdrehung. Die so erzielte Wirbelbewegung des Wassers war sehr stark. Es wurden mit dieser Wirbelvorrichtung Versuche mit verschiedenen Wassergeschwindigkeiten auf folgende Weise angestellt. Bei jeder Geschwindigkeit wurden die Eintrittstemperaturen, t_1 im innern, t_3 im äußern Rohre konstant gehalten. Gemessen wurde die Temperatur des aus dem innern Rohre ausströmenden Wassers t_2 . Die Temperaturerhöhung des Wassers im innern Rohre war $\Delta t = t_2 - t_1$. Die Versuche wurden mit und ohne Wirbelvorrichtung durchgeführt. Es ergab sich in beiden Fällen dasselbe Δt , wenn die Versuche mit gleicher Geschwindigkeit und in jedem Falle mit dem gleichen t_1 und derselben konstanten Differenz der beiden Eintrittstemperaturen: $t_3 - t_1 = \text{const}$ durchgeführt wurden. Der Stand des Thermometers Nr. 2 wurde also durch den Einbau der Wirbelvorrichtung nicht beeinflußt, woraus hervorgeht, daß die Temperaturverteilung im Querschnitt bei Thermometer Nr. 2 auch ohne Wirbelvorrichtung gleichmäßig war. Als Beispiel dieser Versuche mögen einige Zahlen dienen:

Fig. 8.



Zahlentafel 2.

Messingrohr, glatt, $d_i = 1,7$ cm.

	Wasser-Geschw. cm s <i>v</i>	Eintrittstemperatur		$t_3 - t_1$ °C	Austritts- temperatur Inneres Rohr t_2 °C	Δt °C	
		Inneres Rohr t_1 °C	Äußeres Rohr t_3 °C				
1	61,7	10,03	27,00	16,97	13,25	3,22	Mit Wirbelvorrichtung vor t_2
2	100,0	10,05	27,00	16,95	13,26	3,21	
3	100,0	10,16	40,00	29,84	16,22	6,06	
1a	61,7	10,04	27,00	16,96	13,26	3,22	Ohne Wirbelvorrichtung
2a	100,0	10,05	27,00	16,95	13,26	3,21	
3a	100,0	10,00	39,84	29,84	16,05	6,05	

Es entsprechen sich die Nummern 1 und 1a usw.

5. Messung der Längenausdehnung des Versuchsrohres

Hierzu dient das in Fig. 5 dargestellte Extensometer. Die Ausdehnung des Versuchsrohres wurde durch einen Hebelmechanismus mit dem festen Punkt (p) in Drehung des Spiegels (s) verwandelt und mit einem Fernrohr auf einer Skala abgelesen. Bei allen Hauptversuchen wurde das Übersetzungsverhältnis so gewählt, daß die $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ Temperaturänderung des Versuchsrohres entsprechende Ausdehnung ca. 3 cm Änderung der Skalaablesung ausmachte.

Das Extensometer war an einem kräftigen Schmiedeisenrohr von 59 mm Durchmesser befestigt. Dieses „Extensometerrohr“ war hängend in dieselbe Grundplatte (a), Fig. 5, eingeschraubt, die das Versuchsrohr trug. Das Extensometer war durch die Mikrometerschrauben (t) nach allen Richtungen hin verstellbar, so daß für jede Temperatur des Versuchsrohres eine beliebige Skalenablesung einzustellen war. Um einen gleichmäßigen, unveränderlichen, horizontalen Abstand der Hebelpunkte (p) und (u) voneinander zu sichern, wurden das Extensometerrohr und das äußere Versuchsrohr an ihrem unteren Ende mit dem senkrechten Träger, an dem die Grundplatte des Apparates befestigt war, so verbunden, daß sie sich zwar frei ausdehnen, jedoch nicht seitlich bewegen konnten. Der Hebel des Extensometers hing durch die beiderseits auf Spitzen ruhende Stange (r) am Versuchsrohr. So wurden Störungen durch Erschütterungen vermieden, die bei einer anfangs gewählten starren Verbindung Ablesungen auf der Extensometerskala oft unmöglich machten. Weiterhin hatte die Anwendung von Spitzen den Vorteil, daß nur eine äußerst geringe Wärmeabgabe vom Versuchsrohr an die Eisenstange (r) stattfand. Diese Wärmemenge war so gering, daß die Ausdehnung der Stange (r) die Extensometerablesungen nicht beeinflusste. Um den Abstand des festen Hebelpunktes (p) von der Grundplatte (a) möglichst konstant zu halten, strömte dauernd Wasser aus der städtischen Wasserleitung durch das Extensometerrohr. Das Wasser wurde am unteren Ende in das Rohr hineingeleitet und floß am oberen Ende aus. Gegen Wärmeaustausch mit der umgebenden Luft war das Rohr durch eine dicke Umwicklung mit Seidenisolierzöpfen geschützt. Die Temperatur des oben austretenden Kühlwassers wurde durch ein Beckmann-Thermometer (siehe Fig. 5) kontrolliert. Da es sich hierbei nur um Temperaturschwankungen, jedoch nicht um die Feststellung der Temperatur selbst handelte, wurde das Beckmann-Thermometer nicht auf $^{\circ}\text{C}$ geeicht. Die Temperatur des Kühlwassers änderte sich im Laufe eines Tages oft bedeutend, auch traten Temperaturschwankungen von $0,1-0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ manchmal stoßweise auf. Darum wurde das Kühlwasser zum Ausgleich der Temperaturen vor dem Eintritt in das Extensometerrohr durch einen gut isolierten Eisenkessel (r) (siehe Fig. 4) hindurchgeleitet. Dieser Kessel hatte 100 lit. Inhalt, die durch das Extensometerrohr fließende Wassermenge betrug im Mittel nur

$G = 0,03 \text{ lit sk}^{-1}$. Durch die Einschaltung dieses Wasserpuffers wurde tatsächlich eine sehr große Dämpfung der Temperaturstöße erzielt. Die maximale Temperaturänderung betrug jetzt nur noch ca. $0,01^\circ\text{C}$ in der Minute, während sich die Kühlwassertemperatur im allgemeinen innerhalb von 10 Minuten nicht mehr als um ca. $0,05^\circ\text{C}$ veränderte. Doch schwankte im Laufe eines Versuchstages die Temperatur manchmal noch um $0,8\text{--}0,9^\circ\text{C}$. Diese Temperaturschwankungen und die dadurch hervorgerufenen Längenänderungen des Extensometerrohres mußten bei den Versuchen berücksichtigt werden.

Wegen der großen Dimensionen war es notwendig, dem Apparate die auf den Photographien sichtbare und in Figur 4 angedeutete Beobachtungskanzel vorzubauen. Von hier aus erfolgten die Ablesungen der Thermometer Nr. 1 und Nr. 3 und des Beckmann-Thermometers, die Regulierung der Wassermenge und des Wasserdrucks (Ventil d und l), sowie die Heizung (Ventile o). Da während der Versuche alle Ablesungen gleichzeitig erfolgen mußten, las ein Gehilfe die Thermometer am untern Ende des Apparates ab, während ein zweiter die Ablesung auf der Extensometerskala besorgte.

VI. Die Ausführung der Wärmeübergangs-Versuche von Metall an Wasser

1. Eichung des Extensometers

Um aus der auf der Extensometerskala abgelesenen Längenänderung des Versuchsrohres dessen Temperatur ermitteln zu können, mußte das Extensometer bei jedem Versuch geeicht werden.

Es wurde zunächst die angenäherte Annahme gemacht, daß die Temperatur des Extensometerrohres, also der Abstand zwischen der Grundplatte des Apparates und dem festen Punkte des Extensometerhebels konstant sei. Unter dieser Voraussetzung war die zu einer beliebigen Temperatur T des Versuchsrohres gehörende Extensometerstellung leicht zu ermitteln, indem das durch das Versuchsrohr und das durch das Mantelrohr des Apparates strömende Wasser auf gleiche Temperaturen einreguliert wurde. Diese Temperatur nahm die Wand des Versuchsrohres selbst in ganz kurzer Zeit auch an. Eine absolute Gleichheit dieser Wassertemperaturen war nicht immer zu erzielen. Doch reichte die Regulierung dazu hin, die Eintrittstemperaturen t_1 und t_3 so genau einzustellen, daß die Rohrwandtemperatur T stets als das arithmetische Mittel aus den Ein- und Ausströmtemperaturen des Wassers in beiden Querschnitten des Apparates gesetzt werden durfte. Zahlentafel 3 zeigt das Schema einer derartigen angenäherten Eichung.

Zahlentafel 3.

Abgelesene Werte					Berechnete Werte		
Versuchsrohr		Mantelrohr		Extens.- Skala	Mittlere Temperaturen		
Eintritts- temperatur t_1 °C	Austritts- temperatur t_2 °C	Eintritts- temperatur t_3 °C	Austritts- temperatur t_4 °C		Vers.- Rohr °C	Mantel- Rohr °C	Rohrt. T °C
20,72	20,70	20,64	20,68	15,85	20,71	20,66	20,69

Eine Variation der Versuchsrohrtemperatur T in weiten Grenzen ergab aus diesen angenäherten Eichungen, daß über den ganzen Verlauf der 1 m langen Skala stets der Temperaturänderung von T um 1 °C eine konstante Änderung der Extensometerablesung entsprach. Die Eichkurve war also eine Gerade, deren Neigung von dem benutzten Übersetzungsverhältnis des Extensometers abhing. Die einzelnen Punkte wichen jedoch oft soweit von der Geraden ab, daß deren Lage nicht eindeutig bestimmt war. Der Grund davon lag in den Schwankungen der Kühlwassertemperatur im Extensometerrohr. Diese Schwankungen waren im Laufe eines Versuchstages manchmal noch 0,8 bis 0,9 °C, wenn sie auch durch den S. 40 beschriebenen Wasserpuffer gedämpft wurden und nur langsam erfolgten. Es mußten ausgedehnte Versuche angestellt werden zur Ermittlung, in welcher Weise die durch diese Temperaturschwankungen hervorgerufenen Längenänderungen des Extensometerrohres bei den Wärmeübergangsversuchen in Rechnung gezogen werden konnten. Es war anzunehmen, daß das dickwandige, stark isolierte Extensometerrohr mit einer gewissen Trägheit den Schwankungen der Kühlwassertemperatur folgte, die an der Austrittsstelle durch ein Beckmann-Thermometer gemessen wurde. Zur Bestimmung des Verhältnisses dieser Temperatur zur augenblicklichen Länge des Extensometerrohres wurden Versuche auf folgende Weise angestellt. Nachdem die mittlere Neigung der Eichgeraden für das Versuchsrohr durch angenäherte Eichungen, wie oben beschrieben, festgestellt war, wurde die Temperatur T des Versuchsrohrs längere Zeit hindurch konstant gehalten, so daß das Versuchsrohr seine Länge nicht änderte. Es wurden nun in größeren Zeitabständen die Änderungen der Extensometerstellung und der Temperatur des Kühlwassers am Beckmann-Thermometer (B. Th) abgelesen. Ein solcher Versuch ist der folgende Vorversuch, Schema A.

Zahlentafel 4.

Vorversuch, Schema A. Eisenrohr Nr. 1, $d_i = 1,7$ cm. Neigung der Eichgeraden bestimmt zu: 1 °C = 28 mm Ext.-Skala. Kühlwasser = 0,03 lit, sk-1. $T = \text{const.}$

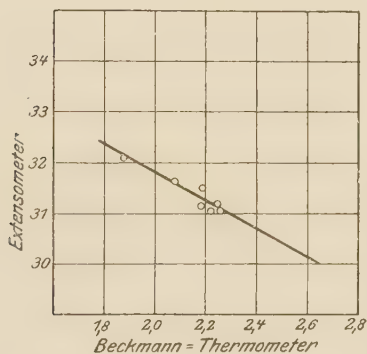
Nr.	Zeit der Ablesung	Beckmann- Thermometer ° B. Th.	Extensometer cm
1	11 ⁰	2,25	31,20
2	11 ²⁰	1,88	32,10

Zahlentafel 4 (Schluß).

Nr.	Zeit der Ablesung	Beckmann- Thermometer °B. Therm.	Extensometer cm
3	12 ^o	2,08	31,65
4	2 ³⁰	2,19	31,50
5	3 ³⁰	2,26	31,00
6	4 ³⁰	2,22	31,05
7	4 ⁵⁰	2,18	31,15

In Fig. 9 sind die ermittelten Werte graphisch aufgetragen.

Fig. 9.



Extensometerablesung bei wechselnder Kühlwassertemperatur und $T = \text{const.}$

Die einzelnen Punkte liegen ziemlich genau auf einer Geraden. Hieraus wurde der Schluß gezogen, daß die durch das Extensometer angezeigten Längenänderungen des Extensometerrohres bei der Wahl einer geeigneten Kühlwassermenge proportional waren den durch das Beckmann-Thermometer gemessenen Temperaturänderungen des aus dem Extensometerrohre austretenden Kühlwassers. Die durch die Punkte in Figur Nr. 9 hindurchgelegte Gerade hat dieselbe Neigung wie die vorher angenähert bestimmte Eichgerade für das Eisenrohr Nr. 1. Dies ließ den weiteren Schluß zu, daß die in Betracht kommenden Längenänderungen des Extensometerrohres den entsprechenden des Eisenrohres Nr. 1 gleichgesetzt werden durften.

Diese aus zahlreichen Vorversuchen nach Schema A gezogenen Schlüsse wurden durch andere Vorversuche nach Schema B kontrolliert. Hierbei wurden bei jedem Einzelversuch die Wassertemperaturen im Versuchrohr und im Mantelrohr des Apparates möglichst einander gleich gehalten und von Zeit zu Zeit in ihrem Werte geändert, so daß sich die aus diesen Wassertemperaturen wie nach Zahlentafel 3 berechnete Wandtemperatur T über einen gewissen Temperaturbereich änderte.

Die Zahlentafel 5 enthält einen solchen Vorversuch. Bei diesem Versuch hatte die über einen großen Temperaturbereich vorher annähernd ermittelte Eichgerade die Neigung: 1 °C Änderung von $T = 47$ mm Extensometerskala.

Zahlentafel 5.

Vorversuch nach Schema B. Eisenrohr Nr. 1, $d_i = 1,7$ cm.

		Abgelesene Werte						Berechnete Werte				
		Wassertemperaturen				Extensom.-Skala	Beckm.-Therm.	Mittlere Wassertemp.		Rohrtemp.		
		Versuchsrohr		Mantelrohr				Vers.-Rohr	M.-Rohr			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nr.	Zeit	t_1 °C	t_2 °C	t_3 °C	t_4 °C	Ext. cm	B. Th.	t_m °C	t_{am} °C	T °C	Ext.-Korr. auf 2,90 °B. Th. mm	Ext. cm
1	4 ¹⁵	51,94	51,92	52,00	51,95	33,35	2,84	51,93	51,97	51,95	— 2,8	33,07
2	4 ⁵⁰	52,30	52,30	52,37	52,35	35,25	2,81	52,30	52,36	52,33	— 4,2	34,83
3	4 ⁵⁵	52,40	52,34	52,45	52,37	35,38	2,84	52,37	52,41	52,39	— 2,8	35,10
4	5 ⁰	52,42	52,43	52,48	52,46	35,43	2,87	52,43	52,47	52,45	— 1,4	35,29
5	5 ⁰⁵	52,40	52,40	52,45	52,39	34,90	2,89	52,40	52,42	52,41	+ 3,8	35,28
6	5 ¹⁰	52,35	52,38	52,45	52,39	34,70	3,00	52,37	52,42	52,40	+ 4,7	35,17
7	5 ¹⁵	52,38	52,40	52,50	52,48	35,05	2,95	52,39	52,49	52,44	+ 2,4	35,29
8	5 ²⁰	52,30	52,33	52,40	52,36	34,45	2,98	52,32	52,38	52,35	+ 3,8	34,83
9	5 ⁴²	51,54	51,55	51,64	51,62	31,15	2,92	51,55	51,63	51,95	+ 0,9	31,24
10	5 ⁵³	52,42	52,42	52,54	52,52	34,83	3,04	52,42	52,53	52,48	+ 6,6	35,49

Die Zahlentafel 5 enthält in den senkrechten Reihen:

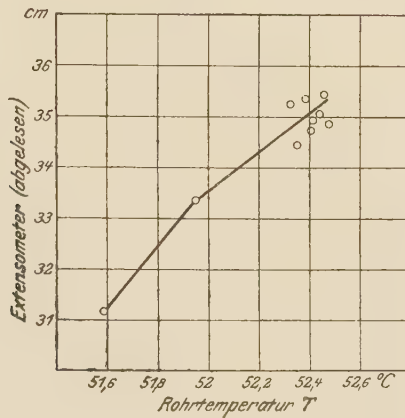
- 1: Nummer des Versuchs.
- 2: Zeit des Versuchs.
- 3: Eintrittstemperatur t_1
- 4: Austrittstemperatur t_2
- 5: Eintrittstemperatur t_3
- 6: Austrittstemperatur t_4
- 7: Extensometerskala-Ablesung in cm-Skala.
- 8: Kühlwassertemperatur in °Beckmann-Thermometer.
- 9: Mittlere Wassertemperatur t_m im Versuchsrohr.
- 10: Mittlere Wassertemperatur t_{am} im äußeren Mantelrohr.
- 11: Rohrtemperatur $T = \frac{t_m + t_{am}}{2}$.

12: Extensometerkorrektur in mm-Skala.

13: Korrigierte Extensometerstellung in cm-Skala.

In Fig. 10 ist die Abhängigkeit der Rohrtemperatur T (Reihe 11) von der abgelesenen Extensometerstellung (Reihe 7) graphisch dargestellt. Infolge der wechselnden Temperatur des Extensometerrohrs liegen diese Punkte nicht auf einer Geraden, so daß eine Gesetzmäßigkeit zwischen der Versuchrohrtemperatur T und der Extensometerstellung nicht zu erkennen ist.

Fig. 10.



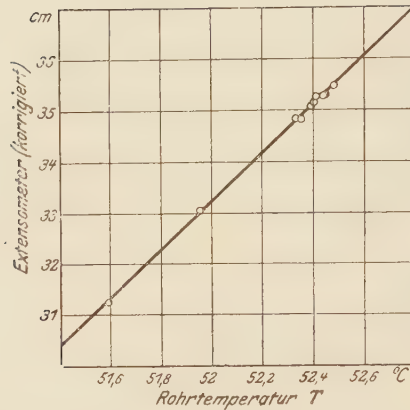
Extensometerablesung bei wechselnder Rohrtemperatur T .

Die aus den Versuchen nach Schema A gefolgerten Gesetzmäßigkeiten wurden nun bei einer Korrektur der Extensometerablesungen angewandt. Dabei wurde die Länge des Extensometerrohrs für alle Ablesungen auf die der Temperatur 2,90 °B.-Th. entsprechende Länge reduziert. Die Neigung der Eichgeraden war vorher annähernd zu 1° C Rohrtemperatur $T = 4,7$ cm Extensometerskala bestimmt worden. Es wurde jetzt für jede Ablesung die der Differenz zwischen 2,90 und der am Beckmann-Thermometer abgelesenen Kühlwassertemperatur entsprechende Länge der Extensometerskala zu der Extensometerablesung addiert, oder davon subtrahiert, je nachdem die Kühlwasser- resp. die Extensometerrohrtemperatur höher oder niedriger als 2,90 °B.-Th. war. Reihe 12 der Zahlentafel 5 enthält diese Korrekturen in mm-Skala, Reihe 13 die korrigierten Extensometerablesungen in cm-Skala.

In Fig. 11 ist die Abhängigkeit dieser korrigierten Extensometerablesungen (Reihe 13) von den Versuchrohrtemperaturen T (Reihe 11) graphisch dargestellt. Die Punkte liegen genau auf einer Geraden, deren Lage eindeutig bestimmt ist. (Vergl. dieselben unkorrigierten Punkte in Fig. 10.) Die Neigung dieser Eichgeraden entspricht dem Verhältnis:

1° C Rohrtemperatur $T = 4,7$ cm Extensometerskala.

Fig. 11.



Korrigierte Extensometerablesung bei wechselnder Rohrtemperatur T .

Die Vorversuche nach Schema A und B wurden mit verschiedenen Hebelverhältnissen des Extensometers und mit verschiedenen Kühlwassermengen angestellt und ergaben das folgende wichtige Resultat:

1. Die Schwankungen der Extensometerrohrlänge müssen bei den Wärmeübergangsversuchen berücksichtigt werden.

2. Beträgt die durch das Extensometerrohr strömende (günstigste) Kühlwassermenge ca. $G = 0,03 \text{ lit sk}^{-1}$, so folgt das Extensometerrohr den Temperaturschwankungen des Kühlwassers in der Weise, daß als augenblickliche Extensometerrohrtemperatur die des an seinem oberen Ende austretenden Kühlwassers gesetzt werden darf.

3. Die durch die Temperaturänderung hervorgerufenen, in Betracht kommenden Längenänderungen des Extensometerrohres können den entsprechenden entgegengesetzten Längenänderungen des Eisenrohres Nr. 1 gleichgesetzt werden (bei der Korrektur der Extensometerablesungen).

Für die Wärmeübergangsversuche wurde das Hebelverhältnis des Extensometers so gewählt, daß $1^\circ\text{C } T$ rund 3 cm Extensometerskala betrug. Um dieses Maß auch bei den Versuchen mit dem Messingrohr beibehalten zu können, wurde das Verhältnis der Ausdehnung des Messingrohres zu der des Eisenrohres 1 ermittelt. Zu diesem Zweck wurden unter Beibehaltung der bei Eisenrohr 1 benutzten Hebellängen Vorversuche nach Schema B mit dem Messingrohr angestellt. Diese ergaben das Verhältnis der Ausdehnungskoeffizienten β :

$$\beta_{\text{Eisen}} : \beta_{\text{Messing}} = 1 : 1,728.$$

Der Abstand der Hebelpunkte $p q$ (Fig. 5) wurde dementsprechend für das Messingrohr geändert. Die für die Korrektur der Extensometerablesungen in Betracht kommenden Längenänderungen des Extensometerrohres betrugen jetzt das 0,579fache der bei gleichen Temperaturänderungen erfolgenden Längenänderungen des Messingrohres.

2. Die Ausführung der Versuche

Wie S. 27 erwähnt ist, sollte a in seiner Abhängigkeit von folgenden Größen untersucht werden:

$$a = c f(O) f_1(d) f_2(p) f_3(v) f_4(t) f_5(T_i) \quad . \quad . \quad 25)$$

Der Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit, sowie des Rohrdurchmessers konnte durch Versuche mit verschiedenen Rohren bestimmt werden. Für jedes Rohr war es möglich, den Druck zu ändern, ohne gleichzeitige Änderung der anderen wirksamen Faktoren. War ein bestimmter Druck einreguliert, so blieb noch zu untersuchen die Wärmemenge W als:

$$W = c (T_i - t) f_3(v) f_4(t) f_5(T_i) \quad . \quad . \quad . \quad 25a)$$

Die Wärmemenge und die Wassergeschwindigkeit waren während jedes Einzelversuchs zu ermitteln. Statt der in Betracht kommenden wichtigen mittleren Wassertemperaturen t_m und der inneren Rohrwandtemperatur T_i waren während des Versuchs nur die Ein- und Ausströmtemperaturen t_1 und t_2 sowie die mittlere Rohrtemperatur T bekannt. Erst nach dem Schluß der Versuche konnte T_i aus Formel 29, S. 28, und t_m aus Formel 35, S. 29 berechnet werden. Es war also nicht möglich, Einzelversuche so anzustellen, daß alle Faktoren bis auf den einen zu untersuchenden konstant gehalten wurden. Die notwendige Trennung der einzelnen, den Wärmeübergang bestimmenden Größen wurde dadurch ermöglicht, daß alle Versuche nach einem bestimmten Schema angestellt wurden. Dies Schema bestand in folgendem:

Es wurden mit jedem Rohre bei konstantem Druck und konstanter Geschwindigkeit Versuchsreihen ausgeführt, bei denen die Einströmtemperatur des Wassers in das Versuchsrohr $t_1 = \text{const}$ gehalten wurde. Bei den einzelnen Versuchen einer solchen Reihe wurde die übertragene Wärmemenge W und die mittlere Rohrtemperatur T variiert. Derartige Versuchsreihen wurden mit verschiedenen, jeweils konstanten Eintrittstemperaturen t_1 durchgeführt, und zwar wurden Eintrittstemperaturen von ca. 8 bis 65 °C angewandt. Höhere Temperaturen wurden nicht gewählt, um einer Kesselsteinbildung¹⁾ und der damit verbundenen Änderung der Oberflächenbeschaffenheit möglichst vorzubeugen.

Diese Versuchsreihen wurden mit jedem der untersuchten Rohre bei je drei verschiedenen Geschwindigkeiten angestellt. Es wurden nur Geschwindigkeiten oberhalb der kritischen untersucht. Diese sind für die Praxis die wichtigsten, außerdem bietet das Herabmindern der Geschwindigkeit in die Nähe der kritischen experimentelle Schwierigkeiten. Einerseits scheint in der Nähe der kritischen Geschwindigkeit im Rohre ein wechselnder Übergang von Wirbelbewegung in Parallelströmung und umgekehrt stattzufinden. Dies äußert sich darin, daß bei konstanter mittlerer Wassergeschwindigkeit die Temperatur des ausströmenden Wassers t_2 , in schnell aufeinander folgenden Stößen auf- und abgeht. Dadurch wurde ein Ablesen der Temperatur unmöglich. Die gleiche

1) Über den Einfluß von Kesselstein siehe S. 79.

Erscheinung beobachtete schon Stanton bei seinen, S. 19 erwähnten Versuchen. Andererseits war es bei sehr geringen Geschwindigkeiten und Wassermengen nicht mehr möglich, die Eintrittstemperatur t_1 längere Zeit hindurch auf einen bestimmten konstanten Wert einzuregulieren.

Die maximalen Geschwindigkeiten und Wassermengen wurden begrenzt durch die Druckhöhe des Überlaufs und die Wirksamkeit der Heizvorrichtungen.

Durch besondere Versuche wurde festgestellt, daß der Wasserdruck ohne Einwirkung auf den Wärmeübergang war. Bei allen weiteren Wärmeübergangsversuchen betrug der Druck des eintretenden Wassers $\sim p = 30$ cm Hg.

Um die Einwirkung von Ungenauigkeiten der einzelnen Versuche auf das Resultat zu vermeiden, wurde eine große Zahl von Versuchsreihen angestellt. Hieraus wurde nach der im nächsten Kapitel beschriebenen Methode auf teils graphischem, teils rechnerischem Wege die Abhängigkeit der Wärmeübertragung von den sie bestimmenden Faktoren getrennt ermittelt.

Als Beispiel einer solchen Versuchsreihe ist in Zahlentafel 6 die vollständige Versuchsreihe 9 (Eisenrohr 1) dargestellt. Nachdem der Wasserdruck und die Wassergeschwindigkeit einreguliert waren, erfolgte zunächst die Eichung des Extensometers (A). Nach der Eichung wurden die Versuche durchgeführt (B). Zum Schlusse wurde noch eine Probeeichung vorgenommen (C). Stimmt die beiden Eichungen nicht genügend überein, so galt der Versuch als unbrauchbar. Da dieser Fall einigemale eintrat, wurden späterhin die Eichungen je zwischen zwei verschiedenen Heizperioden der Versuchsreihe ausgeführt, so daß wegen Fehler in der Eichung nicht mehr die ganze Versuchsreihe, sondern nur einzelne Heizperioden ungültig wurden. Die Düsen des Wassermessapparates waren für kaltes Wasser geeicht. Da sich die Ausflußmenge mit steigender Temperatur bei konstanter Druckhöhe vergrößerte, wurden zwischen den Heizperioden Wasserwägungen vorgenommen und danach die Ausflußmengen einreguliert.

Zahlentafel 6.

Eisenrohr Nr. 1. Versuchsreihe V. 9.

A) Eichung des Extensometers

Wassermenge $G = 227$ gr. sk⁻¹ $v = 100$ cm. sk⁻¹

Abgelesene Werte							Berechnete Werte				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nr.	t_1 °C	t_2 °C	t_3 °C	t_4 °C	Ext. cm	B Th.	t_m °C	t_{am} °C	T °C	Ext. Korr. auf 1,3 °B Th. mm	Ext. cm
1	20,11	20,20	20,10	20,12	20,50	1,32	20,16	20,11	20,13	+ 0,6	20,56
2	20,11	20,18	20,00	20,02	20,28	1,32	20,15	20,01	20,08	+ 0,6	20,34
3	24,20	24,22	24,22	24,18	32,75	1,30	24,21	24,20	24,21	0	32,75
4	24,22	24,25	24,07	24,08	32,50	1,30	24,24	24,08	24,16	0	32,50

Zahlentafel 6 (Fortsetzung).

Abgelesene Werte							Berechnete Werte				
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nr.	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	Ext.	B. Th.	t _m	t _{am}	T	Ext. Korr. auf 1,3 °B. Th.	Ext.
	°C	°C	°C	°C	cm		°C	°C	°C	mm	cm
5	35,02	35,02	35,00	34,84	64,40	1,31	35,02	34,92	34,97	+ 0,3	64,43
6	35,04	35,02	35,15	34,97	64,92	1,32	35,03	35,06	35,05	+ 0,6	64,98
7	35,07	35,07	35,20	35,01	65,00	1,32	35,07	35,11	35,09	+ 0,6	65,06
8	44,77	44,79	44,83	44,66	93,65	1,33	44,78	44,75	44,77	+ 0,9	94,04
9	44,77	44,79	44,88	43,69	93,99	1,33	44,78	44,79	44,79	+ 0,9	94,08
10	40,05	40,19	40,15	40,01	79,90	1,35	40,12	40,08	40,10	+ 1,5	80,05
11	29,66	29,65	29,57	29,47	48,80	1,31	29,66	29,52	29,59	+ 0,3	48,83
12	29,51	29,65	29,57	29,52	48,70	1,31	29,58	29,55	29,57	+ 0,3	48,73
13	20,16	20,25	20,05	20,10	20,55	1,32	20,21	20,08	20,15	+ 0,6	20,61

B) Versuchsreihe V. 9.

Heizungsperiode	Abgelesene Werte					Berechnete Werte				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Nr.	t ₁	t ₂	Ext.	B. Th.	Ext. Korr. auf 1,3 °B. Th.	Ext	T	Δt	W
		°C	°C	cm		mm	cm	°C	°C	gr cal sk-1
1	142	20,06	22,14	37,38	1,33	+ 0,9	37,29	25,76	2,08	472
	143	20,06	22,14	37,40	1,33	+ 0,9	37,31	25,76	2,08	472
	144	20,04	22,14	37,40	1,33	+ 0,9	37,31	25,76	2,10	477
	145	20,06	22,17	37,40	1,33	+ 0,9	37,31	25,76	2,11	479
2	146	20,02	24,02	53,38	1,22	— 2,4	53,14	31,10	4,00	908
	147	20,02	23,96	53,15	1,20	— 3,0	52,85	31,00	3,94	897
	148	20,06	24,06	53,45	1,20	— 3,0	53,15	31,10	4,00	908
	149	20,06	24,06	53,45	1,20	— 3,0	53,15	31,10	4,00	908
3	150	20,06	27,33	77,85	1,25	— 1,5	77,70	39,35	7,27	1650
	151	20,06	27,33	77,85	1,25	— 1,5	77,70	39,35	7,27	1650
	152	20,06	27,31	77,69	1,25	— 1,5	77,54	39,30	7,25	1646
	153	20,06	27,32	77,71	1,25	— 1,5	77,56	39,30	7,26	1648
4	154	20,01	24,87	59,80	1,28	— 0,6	59,74	33,30	4,85	1100
	155	20,06	24,97	59,85	1,29	— 0,3	59,82	33,33	4,91	1114
	156	20,08	24,97	59,90	1,29	— 0,3	59,87	33,35	4,89	1110
	157	20,06	24,92	59,90	1,29	— 0,3	59,87	33,35	4,86	1102
5	158	20,06	22,98	28,21	1,30	—	44,63	28,21	2,92	663
	159	20,06	22,98	28,21	1,30	—	44,63	28,21	2,92	663
	160	20,06	22,98	28,21	1,30	—	44,63	28,21	2,92	663
	161	20,08	23,01	28,23	1,30	—	44,66	28,23	2,93	665
6	162	20,06	21,25	30,20	1,30	—	30,20	23,40	1,19	270
	163	20,06	21,25	30,32	1,30	—	30,32	23,44	1,19	270
	164	20,06	21,25	30,32	1,30	—	30,32	23,44	1,19	270

Zahlentafel 6 (Schluß).

C) Nacheichung des Extensometers.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nr.	t_1 °C	t_2 °C	t_3 °C	t_4 °C	Ext. cm	B. Th.	t_m °C	t_{am} °C	T °C	Ext. Korr. auf 1,3 °B. Th. mm	Ext. cm
14	19,88	19,95	19,91	19,92	19,63	1,32	19,92	19,92	19,92	+ 0,6	19,69
15	19,89	19,95	19,90	19,90	19,63	1,32	19,93	19,90	19,92	+ 0,6	19,69
16	29,08	29,03	29,03	29,05	46,78	1,34	29,06	29,04	29,05	+ 1,2	46,90
17	28,96	28,91	28,96	28,93	46,70	1,34	28,94	28,95	28,95	+ 1,2	46,82

Erklärung der Zahlentafel 6.

A. Eichung des Extensometers. (Gilt auch für C.)

Es enthalten die senkrechten Reihen:

- 1: Nummer des Versuchs.
- 2: Eintrittstemperatur t_1
- 3: Austrittstemperatur t_2
- 4: Einströmtemperatur t_3
- 5: Austrittstemperatur t_4
- 6: Extensometerablesung in cm-Skala.
- 7: Kühlwassertemperatur in °Beckmann-Thermometer.
- 8: Mittlere Wassertemperatur t_m im Versuchsrohr.
- 9: Mittlere Wassertemperatur t_{am} im Mantelrohr.
- 10: Mittlere Versuchsrohrtemperatur $T = \frac{t_m + t_{am}}{2}$.
- 11: Extensometerkorrektur auf 1,3° Beckmann-Thermometer in mm-Skala.
- 12: Korrigierte Extensometerablesung in cm-Skala.

B. Versuch selbst.

- 1: Nummer des Versuchs.
- 2: Einströmtemperatur t_1
- 3: Ausströmtemperatur t_2
- 4: Extensometerablesung in der cm-Skala.
- 5: Kühlwassertemperatur in °Beckmann-Thermometer.
- 6: Extensometerkorrektur auf 1,3 °Beckmann-Thermometer in mm-Skala.
- 7: Korrigierte Extensometerablesung in cm-Skala.
- 8: Die hierzu gehörende, aus der Eichkurve entnommene mittlere Versuchsrohrtemperatur T .

9: Temperaturerhöhung des Wassers im Versuchsrohr
 $t_2 - t_1 = \Delta t$.

10: Die von der Rohrwand an das Wasser übertragene Wärmemenge $W = G \cdot \Delta t$ gr cal sk⁻¹.

Das Einregulieren verschiedener Wärmemengen zwischen zwei Heizperioden des Versuchs dauerte je 15–30 Minuten. Die Ablesungen der einzelnen Versuche erfolgten im Abstand von einigen Minuten während jeder Heizperiode. Es wurde stets dann abgelesen, wenn völlige Konstanz der Temperaturen und Extensometerstellung vorhanden war.

3. Die Auszüge aus den Beobachtungstabellen der Wärmeübergangsversuche von Metall an Wasser

Die vollständig mitgeteilte Versuchsreihe (Zahlentafel 6) läßt die Durchführung der Versuche deutlich erkennen. Da nicht alle Versuchspunkte auf einer stetigen Kurve lagen, wurde eine sehr große Zahl von Versuchsreihen angestellt. Wie die Wärmemengen bei einer Versuchsreihe nicht nur in einem Sinne verändert wurden, um eventuelle systematische Fehler zu vermeiden, so wurden auch bei jedem Rohre Versuchsreihen mit verschiedenen Geschwindigkeiten und Eintrittstemperaturen wechselweise angestellt. Es wurden drei Rohre untersucht mit insgesamt 77 Versuchsreihen und 1132 Einzelversuchen. Die Rohrmaße, die untersuchten Geschwindigkeiten, sowie die Verteilung der gesamten Versuchsreihen zur Ermittlung des Wärmeübergangs von Metall an Wasser sind in Zahlentafel 7 zusammengestellt.

In den senkrechten Reihen ist enthalten:

- 1: Innerer Durchmesser des Versuchsrohrs d_i in cm.
- 2: Äußerer „ „ „ „ d_a in cm.
- 3: Für den Wärmeübergang in Betracht kommende Länge des Versuchsrohres L in cm.
- 4: Wirksame innere Fläche des Versuchsrohrs F_i in cm²
- 5: Innerer Durchmesser des Mantelrohrs D_i in cm.
- 6: Untersuchte sekundliche Wassermenge G in gr sk⁻¹.
- 7: Untersuchte Geschwindigkeit v in cm sk⁻¹.
- 8: Anzahl der Versuchsreihen.
- 9: Anzahl der Einzelversuche.

Zahlentafel 7.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Material	d_i	d_a	L	F_i	D_i	G	v	Zahl der Reihen	Zahl der Versuche
	cm	cm	cm	cm ²	cm	gr sk ⁻¹	cm sk ⁻¹		
Messingrohr (glatt)	1,7	1,9	192	1025	2,6	300	132,2	5	150
						227	100,0	4	110
						140	61,7	6	81

Zahlentafel 7 (Schluß).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Material	d_i	d_a	L	F_i	D_i	G	v	Zahl der Reihen	Zahl der Versuche
	cm	cm	cm	cm ²	cm	gr sk ⁻¹	cm sk ⁻¹		
Eisenrohr						300	132,2	17	210
Nr. 1	1,7	1,9	192	1025	2,6	227	100,0	11	198
(rauh)						140	61,7	5	50
Eisenrohr						455	74,0	8	99
Nr. 2	2,8	3,0	191	1680	4,25	380	61,75	11	126
(rauh)						300	48,75	10	110

Die für jedes Rohr mitgeteilten Auszüge aus den Beobachtungstabellen (Zahlentafeln 8—10) sind so gewählt, daß sie sich über den ganzen Bereich der Untersuchung erstrecken. Sie sind nach den Wassergeschwindigkeiten angeordnet und für jede Geschwindigkeit so, daß die Beobachtungen aus Reihen mit gleicher Eintrittstemperatur t_1 zusammengestellt sind. Die Nummern der Versuchsreihen und Versuche entsprechen der chronologischen Reihenfolge der Ausführung. Die Eichungen und Korrekturen des Extensometers sind fortgelassen.

Es enthalten in den Zahlentafeln 8—10 die senkrechten Reihen:

- 1: Nummer der Versuchsreihe.
- 2: Nummer des Einzelversuchs.
- 3: Einströmtemperatur t_1
- 4: Ausströmtemperatur t_2
- 5: Temperaturerhöhung Δt
- 6: Gesamte übertragene Wärmemenge W in gr cal sk⁻¹.
- 7: Mittlere Rohrtemperatur T in °C.

Zahlentafel 8.

Messingrohr.

a) $v = 132,2$ cm sk⁻¹.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuchs	t_1	t_2	Δt	W	T
		°C	°C	°C	gr cal sk ⁻¹	°C
3	73	9,98	11,04	1,06	318	13,15
3	67	9,98	11,69	1,71	513	14,95
3	98	9,98	12,09	2,11	633	16,15
3	82	9,98	13,97	3,99	1197	20,85
3	91	9,98	15,00	5,02	1506	23,50
3	85	9,98	16,56	6,58	1974	27,25
4	104	23,06	25,02	1,96	588	27,90
4	110	23,04	25,92	2,88	864	30,15
4	131	23,02	26,42	3,40	1020	31,35

Zahlentafel 8 (Fortsetzung).

a) $v = 132,2 \text{ cm sk}^{-1}$.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuchs	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
4	118	23,02	27,82	4,80	1440	34,35
4	123	23,02	28,90	5,88	1764	37,05
11	242	39,92	42,49	2,57	771	45,60
11	250	39,92	43,27	3,35	1005	47,25
11	273	39,92	44,67	4,75	1425	50,20
11	258	39,92	46,19	6,27	1881	53,40
11	262	39,92	47,55	7,36	2289	56,25
12	278	52,96	54,59	1,63	489	56,55
12	284	52,96	55,66	2,70	810	58,50
12	302	52,94	57,16	4,22	1266	61,55
12	287	52,94	58,59	5,65	1695	64,60
12	296	52,94	59,88	6,94	2082	67,15
14	325	65,00	66,91	1,91	573	69,05
14	334	65,00	68,36	3,36	1008	71,70
14	329	65,02	70,42	5,40	1620	75,45

b) $v = 100 \text{ cm sk}^{-1}$.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuchs	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
1	2	10,00	11,58	1,58	359	14,46
1	7	9,98	11,99	2,01	456	15,41
1	12	10,00	12,50	2,50	567	16,88
1	29	9,98	12,94	2,96	672	18,14
1	19	9,98	13,31	3,33	756	19,00
1	22	10,00	16,50	6,50	1476	26,58
2	63	23,01	24,73	1,72	391	27,15
2	32	23,02	25,47	2,45	556	28,95
2	52	23,02	25,82	2,80	636	29,75
2	36	23,02	26,59	3,57	810	31,50
2	42	23,02	27,02	4,00	908	32,30
2	45	23,03	30,02	6,99	1586	38,80
10	220	39,92	43,45	3,62	822	47,60
10	231	39,92	44,60	4,68	1003	50,00
10	226	39,92	46,35	6,43	1460	53,30
10	235	39,92	48,65	8,73	1982	57,30
13	307	52,94	55,08	2,14	486	57,25
13	315	52,94	56,26	3,32	753	59,50
13	318	52,94	60,32	7,38	1675	67,40

Zahlentafel 8 (Schluß).

c) $v = 61,7 \text{ cm sk}^{-1}$.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuchs	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
5	135	9,98	11,59	1,61	225	14,35
5	137	9,98	11,67	1,69	237	14,40
5	141	9,98	13,02	3,04	426	18,00
6	144	9,93	15,05	5,12	717	23,10
6	151	10,00	15,32	5,32	745	23,45
6	164	9,98	20,02	10,04	1405	34,50
7	177	23,01	26,87	3,86	540	31,70
7	180	23,02	28,02	5,00	700	34,15
7	185	23,02	28,12	5,10	714	34,30
7	199	23,02	30,50	7,48	1047	39,30
7	190	23,02	30,82	7,80	1092	39,95
9	206	39,93	49,72	9,79	1370	58,85
15	340	64,99	68,01	3,02	423	70,45

Zahlentafel 9.

Eisenrohr Nr. 1.

a) $v = 132,2 \text{ cm sk}^{-1}$.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuchs	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
25	368	7,88	14,40	6,52	1956	28,21
12	203	8,43	14,40	5,97	1791	26,93
14	247	8,38	16,00	7,62	2286	32,03
12	208	8,58	17,01	8,43	2529	34,66
16	258	15,02	16,86	1,84	552	20,52
16	288	15,00	17,71	2,71	813	23,26
16	284	15,00	19,44	4,44	1332	28,37
29	427	15,00	21,42	6,42	1925	34,04
16	297	15,00	21,88	6,88	2064	35,50
15	250	20,02	21,57	1,55	465	24,75
13	219	20,02	22,87	2,85	855	28,50
13	225	20,02	24,12	4,10	1230	32,10
12	236	19,99	25,62	5,63	1689	36,64
26	381	20,01	26,98	6,97	2090	39,85
20	338	39,92	44,34	4,42	1326	51,00
22	352	39,92	46,77	6,85	2055	57,30
20	343	39,88	47,58	7,70	2310	59,34
31	441	39,92	48,10	8,18	2454	60,68
17	307	39,94	48,52	8,58	2574	61,42
17	313	39,92	49,42	9,50	2850	63,85
19	327	54,96	60,03	5,07	1521	67,13
23	361	54,98	60,43	5,45	1635	67,78

Zahlentafel 9 (Schluß).

b) $v = 100 \text{ cm sk}^{-1}$.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuchs	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
1	2	10,52	11,31	0,79	179	12,43
2	20	10,62	12,13	1,51	341	15,00
2	22	10,57	15,30	4,73	1073	24,25
1	12	10,47	15,97	5,50	1248	26,60
1	16	10,42	17,80	7,38	1675	31,95
3	32	11,53	11,93	0,40	91	12,60
3	36	11,55	12,34	0,79	179	13,89
6	92	11,55	12,39	0,84	191	13,95
3	44	11,57	14,13	2,56	581	18,95
4	65	11,54	15,45	3,91	888	22,88
3	54	11,55	17,11	5,56	1263	27,91
3	61	11,53	17,91	6,38	1448	30,60
5	69	15,01	15,99	0,98	221	18,06
5	73	14,96	17,01	2,05	466	20,94
5	80	14,96	18,33	3,37	766	24,69
5	82	14,96	19,60	4,64	1053	28,28
7	105	20,06	21,45	1,39	316	23,98
7	107	20,06	23,40	3,34	758	29,27
7	111	20,06	24,87	4,81	1091	33,40
7	115	20,06	26,66	6,60	1498	38,15
10	166	39,90	42,30	2,40	545	45,74
10	177	40,00	44,05	4,05	919	49,98
10	169	39,98	45,50	5,52	1253	53,44
10	174	40,00	49,51	9,51	2160	62,50
11	190	45,65	51,42	5,77	1310	59,10
11	197	45,60	52,83	7,23	1642	62,13

c) $v = 61,7 \text{ cm sk}^{-1}$.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuches	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
27	408	15,97	21,82	5,85	819	30,80
27	404	16,00	23,59	7,59	1062	34,76
27	411	15,95	35,17	7,76	1073	35,17
28	420	24,02	31,17	7,15	1000	40,72
28	416	23,98	31,22	7,24	1013	40,84
21	387	40,62	46,52	5,90	826	52,75
24	394	40,55	49,72	9,17	1284	59,57
24	399	40,55	49,95	9,40	1315	60,32
21	393	40,52	51,60	11,08	1551	63,45

Zahlentafel 10.

Eisenrohr Nr. 2.

a) $v = 74,0 \text{ cm sk}^{-1}$.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuches	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
13	150	12,00	14,00	2,00	910	21,95
13	157	12,00	15,35	3,35	1524	28,50
13	166	11,98	15,90	3,92	1783	30,50
14	172	25,02	27,10	2,08	946	33,95
12	144	25,02	28,19	3,17	1443	38,40
14	177	25,03	28,82	3,79	1724	40,95
26	312	39,92	43,02	3,10	1411	51,85
4	47	39,92	44,34	4,42	2020	56,65
4	44	39,92	44,52	4,60	2094	57,00
27	317	51,95	54,30	2,35	1069	60,52
27	324	51,95	55,92	3,97	1806	66,20
27	322	51,95	56,08	4,13	1878	66,75
3	32	64,62	65,98	1,36	619	69,60
3	29	64,60	66,98	2,38	1083	73,00
3	24	64,60	67,00	2,40	1092	72,90
28	333	65,00	67,96	2,96	1347	75,10

b) $v = 61,75 \text{ cm sk}^{-1}$.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuchs	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
8	132	12,00	13,45	1,45	551	18,95
15	186	12,00	14,10	2,10	798	21,85
15	181	12,00	14,13	2,13	809	21,88
16	191	12,01	14,36	2,35	893	22,63
8	95	12,00	15,80	3,80	1444	28,85
16	195	12,00	15,80	3,80	1444	29,12
16	199	12,00	16,40	4,40	1672	31,72
19	228	25,02	27,12	2,10	798	33,62
7	89	24,99	28,65	3,66	1390	39,80
19	236	25,02	29,42	4,40	1672	42,63
6	78	39,92	41,34	1,42	540	45,25
20	249	39,92	42,14	2,22	843	48,36
20	243	39,92	42,34	2,42	919	48,85
6	62	39,92	44,07	4,15	1577	54,60
25	299	51,94	56,12	4,18	1587	66,33
5	52	65,00	67,79	2,79	1060	74,25
24	294	65,00	68,06	3,06	1162	74,96
24	298	65,00	68,11	3,11	1182	75,00
24	291	65,00	68,21	3,21	1220	75,44

Zahlentafel 10 (Schluß).

c) $v = 48,75 \text{ cm sk}^{-1}$.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuchs	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
11	124	12,00	13,50	1,50	450	18,80
17	206	12,02	13,92	1,90	570	20,38
10	112	12,00	15,10	3,10	930	25,15
17	212	12,03	17,89	5,86	1758	35,82
18	218	25,02	27,12	2,10	630	33,10
9	101	25,02	29,23	4,21	1263	40,70
9	107	25,02	29,32	4,30	1290	40,90
18	222	25,02	29,72	4,70	1410	42,50
21	259	39,94	42,94	3,00	900	59,62
2	20	40,02	44,54	4,52	1356	50,07
21	265	39,92	45,99	6,07	1821	54,95
22	268	51,94	56,58	4,64	1392	66,38
22	271	51,94	56,63	4,69	1407	66,57
22	278	51,94	56,68	4,74	1422	66,50
23	281	65,00	67,96	2,96	888	73,92
23	288	65,00	68,01	3,01	903	73,96
1	1	65,00	68,50	3,50	1050	75,58
1	13	65,00	68,60	3,60	1080	75,68

VII. Die Auswertung der Versuche¹⁾

1. Messingrohr

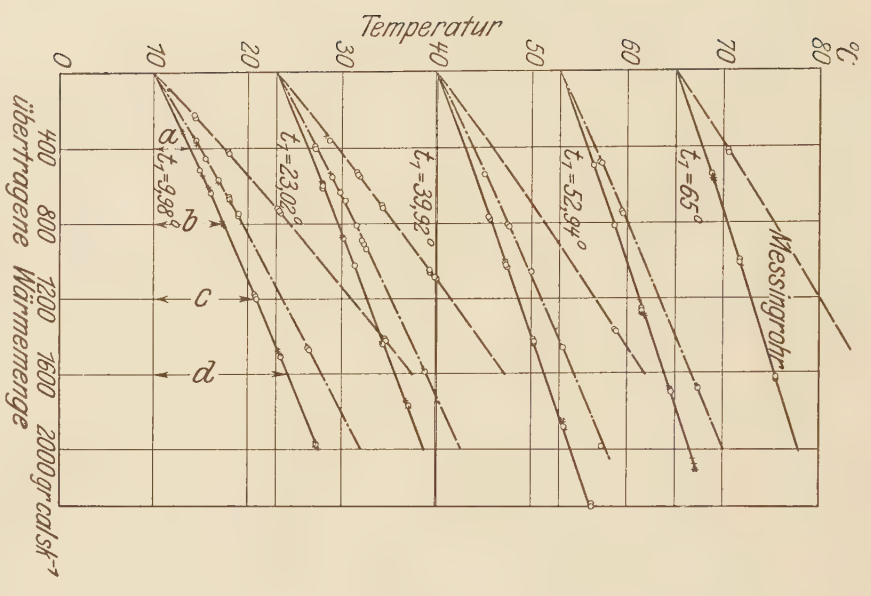
Die Rohrmaße, untersuchten Wassermengen und Geschwindigkeiten sind in Zahlentafel 7, S. 51 zusammengestellt. Die Versuche mit jeder der drei gewählten Geschwindigkeiten ergaben für Versuchsreihen mit konstanter Einströmtemperatur t_1 die gesamten, von der inneren Rohrwand an das Wasser abgegebenen Wärmemengen W gr cal sk⁻¹ und die dazu gehörigen mittleren Rohrtemperaturen T °C. Alle durch Versuche ermittelten Punkte wurden in Fig. 12 graphisch aufgetragen, wobei die Wärmemenge W als Abszisse, die Rohrtemperatur T als Ordinate benutzt wurde. Jeder Einzelversuch ist dabei durch ein Kreuz (+) bezeichnet. Fallen mehrere Punkte so nahe zusammen, daß sie in der graphischen Darstellung als ein Punkt gelten können, so ist dieser durch einen kleinen Kreis (o) bezeichnet.

In den Figg. 12, 13, 14, 21, 22 gelten die ausgezogenen Kurven für $v = 132,2 \text{ cm sk}^{-1}$, die strichpunktierten für $v = 100,0 \text{ cm sk}^{-1}$, die gestrichelten für $v = 61,7 \text{ cm sk}^{-1}$.

In den Figg. 13, 14 sind die Kurven für verschiedene Wärmemengen numeriert. Es gelten:

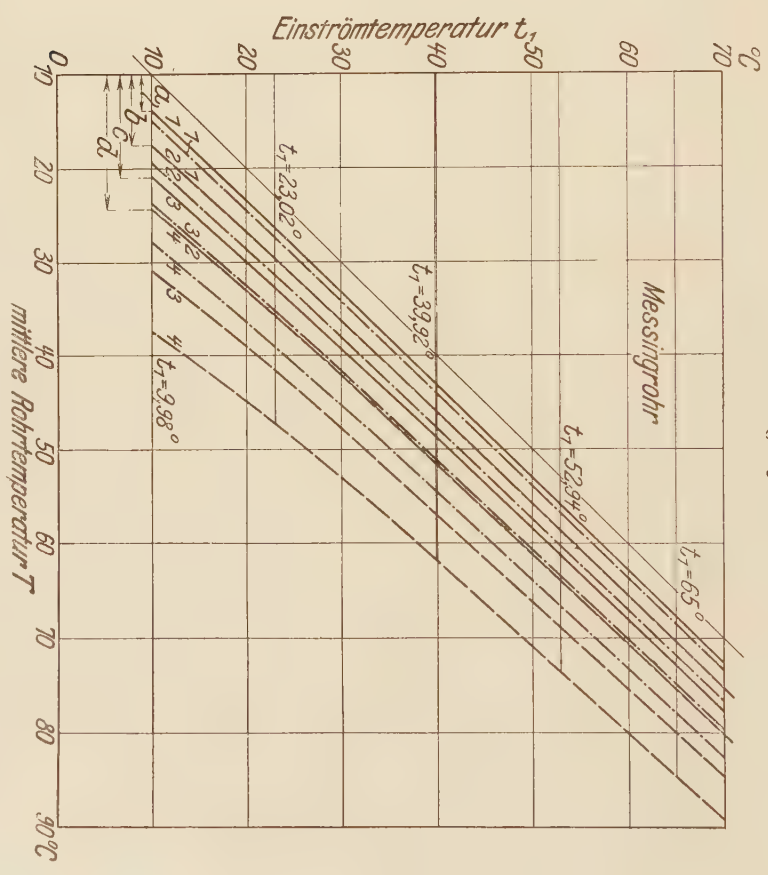
1) Alle folgenden Rechnungen sind mit dem Rechenschieber durchgeführt.

Fig. 12.



Abhängigkeit der Rohrtemperatur T von der übertragene Wärmemenge bei konstanter Einstromtemperatur t_1 und 3 Geschwindigkeiten. (Nach den Versuchen.)

Fig. 13.



Abhängigkeit der Einstromtemperatur t_1 von der Rohrtemperatur T bei 4 verschiedenen übertragene Wärmemengen und 3 Geschwindigkeiten.

die Kurven 1 für	$W = 400 \text{ gr cal sk}^{-1}$,
" " 2 "	$W = 800 \text{ gr cal sk}^{-1}$,
" " 3 "	$W = 1200 \text{ gr cal sk}^{-1}$,
" " 4 "	$W = 1600 \text{ gr cal sk}^{-1}$.

Die aus Versuchsreihen mit konstanter Einströmtemperatur t_1 ermittelten Werte von T liegen in Fig. 12 auf einer Kurve, die für $W = 0$ jeweils im Punkte $T = t_1$ beginnt und mit der übertragenen Wärmemenge steigende Werte der Rohrtemperatur zeigt. Für alle Rohre und Geschwindigkeiten sind diese Kurven der Abszissenaxe zu konkav gewölbt, zeigen also bei konstanter Eintrittstemperatur eine Verbesserung des Wärmeübergangs mit steigenden mittleren Rohrtemperaturen. Außerdem ergibt sich für eine konstante Differenz $T - t_1 = \text{const}$ eine Zunahme von W mit höheren Temperaturen, d. h. die Kurven verlaufen mit steigendem T immer weniger steil. Manche Einzelpunkte in Fig. 12 zeigen Abweichungen von den eingezeichneten Kurven. Um die Neigung und Krümmung dieser Kurven eindeutig bestimmen zu können, wurde das folgende graphische Verfahren angewandt. Es wurden durch die Kurven in Fig. 12 zur Ordinate parallele Schnitte gelegt und zwar je durch die Gesamtwärmemengen

$$W = 400, 800, 1200, 1600 \text{ gr cal sk}^{-1}.$$

In einem zweiten Koordinatensystem, Fig. 13, mit der Rohrtemperatur T als Abszisse und der Einströmtemperatur t_1 als Ordinate, wurde nun für jede der vier gewählten Wärmemengen die aus den Kurven der Fig. 12 entnommene Abhängigkeit zwischen Einströmtemperatur t_1 und Rohrtemperatur T aufgetragen. (Siehe die entsprechenden Strecken a, b, c, d, Fig. 12 und Fig. 13.) Für $W = 0$ ist $T = t_1$, d. h. Fig. 13 zeigt für $W = 0$ eine unter 45° geneigte Gerade. Die Verbindungslinien der zu konstanter Wärmemenge W gehörigen Punkte in Fig. 13 ergaben entsprechend der verschiedenen Geschwindigkeiten eine Schar von Kurven, die sich mit steigendem t_1 der unter 45° geneigten Geraden asymptotisch nähern und sich für verschiedene Geschwindigkeiten gegenseitig nicht überschneiden. Da sowohl in Fig. 12 wie in Fig. 13 die Kurven stetig verlaufen mußten, so korrigierten sich die beiden Darstellungen gegenseitig. Durch die Lage der Punkte in Fig. 13 konnten Abweichungen einzelner Punkte in Fig. 12 von der Gesetzmäßigkeit erkannt und ausgeglichen werden.

Nach diesem Ausgleich wurden die für das Resultat der Untersuchung wichtigen Werte der innern Rohroberflächentemperatur T_i und der mittleren Wassertemperatur t_m berechnet. Die Einströmtemperaturen hatten für alle untersuchten Geschwindigkeiten je die fünf Werte:

$$t_1 = 9,98; 23,02; 39,92; 52,94; 65,0^\circ \text{ C.}$$

Für jede Geschwindigkeit wurden nun die zu den vier Gesamtwärmemengen

$$W = 400; 800; 1200; 1600 \text{ gr cal sk}^{-1}$$

und zu diesen fünf Werten von t_1 gehörenden mittleren Rohrtemperaturen T aus Fig. 13 entnommen und der weiteren Berechnung zugrunde gelegt.

Zahlentafel 11.

Messingrohr.

Berechnung von T_i und t_m für $v = 132,2 \text{ cm sk}^{-1}$

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
W gr cal sk-1	t_1 oC	T oC	$\frac{T_a - T_i}{2}$ oC	T_i oC	$t_2 - t_1$ oC	t_2 oC	$T_i - t_1$ oC	$T_i - t_2$ oC	$\frac{T_i - t_1}{T_i - t_2}$ ln	$\frac{t_2 - t_1}{T_i - t_2}$ ln	t_m oC	
400	9,98	13,95	0,07	13,88	1,33	11,31	3,90	2,57	1,517	0,417	3,19	10,69
400	23,02	26,45	0,07	26,38	1,33	24,35	3,36	2,03	1,655	0,504	2,64	23,74
400	39,92	43,00	0,07	42,93	1,33	41,25	3,01	1,68	1,792	0,582	2,29	40,64
400	52,94	55,80	0,07	55,73	1,33	54,27	2,79	1,46	1,910	0,647	2,06	53,67
400	65,00	67,75	0,07	67,68	1,33	66,33	2,68	1,35	1,985	0,685	1,94	65,74
800	9,98	17,55	0,15	17,40	2,67	12,65	7,42	4,75	1,562	0,446	5,99	11,41
800	23,02	29,60	0,15	29,45	2,67	34,69	6,43	3,76	1,710	0,537	4,98	24,47
800	39,92	45,85	0,15	45,70	2,67	42,59	5,78	3,11	1,856	0,618	4,32	41,38
800	52,94	58,55	0,15	58,40	2,67	55,61	5,46	2,79	1,956	0,671	3,98	54,42
800	65,00	70,35	0,15	70,20	2,67	67,67	5,20	2,53	2,056	0,721	3,71	66,49
1200	9,98	21,00	0,23	20,77	4,00	13,98	10,79	6,79	1,590	0,464	8,62	12,15
1200	23,02	32,70	0,23	32,47	4,00	27,02	9,45	5,45	1,734	0,552	7,27	25,20
1200	39,92	48,70	0,23	48,47	4,00	43,92	8,55	4,55	1,880	0,630	6,35	42,12
1200	52,94	61,20	0,23	60,97	4,00	56,94	8,03	4,03	1,993	0,689	5,80	55,17
1200	65,00	72,85	0,23	72,62	4,00	69,00	7,62	3,62	2,105	0,745	5,37	67,25
1600	9,98	24,35	0,30	24,30	5,33	15,31	14,23	8,99	1,593	0,466	11,43	12,87
1600	23,02	35,65	0,30	35,35	5,33	28,35	12,33	7,00	1,761	0,566	9,42	25,93
1600	39,92	51,45	0,30	51,15	5,33	45,25	11,23	5,90	1,904	0,643	8,29	42,86
1600	52,94	63,90	0,30	63,60	5,33	58,27	10,66	5,33	2,000	0,693	7,70	55,90
1600	65,00	75,35	0,30	75,05	5,33	70,33	10,05	4,72	2,130	0,757	7,05	68,00

$$12: \quad t_2 - t_1.$$

$$\ln \frac{T_i - t_1}{T_i - t_2}.$$

13: Mittlere Wassertemperatur t_m .

Die Zahlentafel 12 enthält die Übersicht über alle für das Messingrohr berechneten Werte von T_i und t_m . Die Zwischenrechnungen sind fortgelassen und die Werte nach den Geschwindigkeiten und Wärmemengen geordnet.

Es enthalten die senkrechten Reihen:

- 1: Wärmemenge W
 2: Einströmtemperatur t_i } für alle Geschwindigkeiten.
 3, 5, 7: Die berechneten T_i .
 4, 6, 8: Die dazu gehörenden t_m .

Zahlentafel 12.

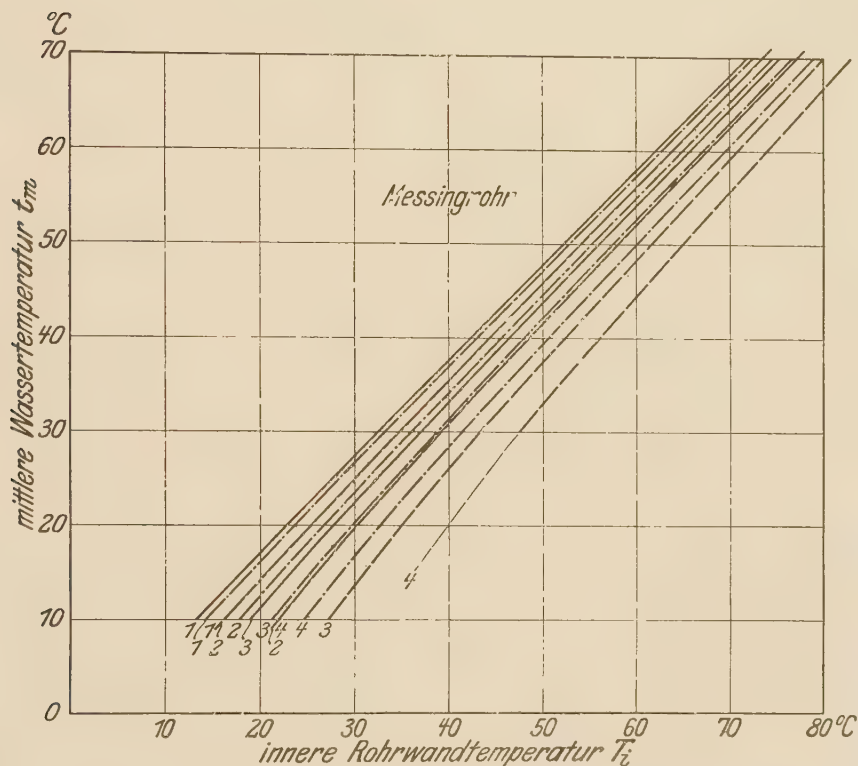
Messingrohr.

Zusammenstellung der berechneten Werte von T_i und t_m .

		$v = 132,2 \text{ cm sk}^{-1}$		$v = 100,0 \text{ cm sk}^{-1}$		$v = 61,7 \text{ cm sk}^{-1}$	
1	2	3	4	5	6	7	8
W	t_i	T_i	t_m	T_i	t_m	T_i	t_m
gr cal sk ⁻¹	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C
400	9,98	13,88	10,69	14,93	10,93	17,48	11,51
400	23,02	26,38	23,74	27,28	23,99	29,53	24,60
400	39,92	42,93	40,64	43,78	40,88	45,78	41,50
400	52,94	55,73	53,67	56,53	53,93	58,48	54,56
400	65,00	67,68	65,74	68,43	65,98	70,28	66,61
800	9,98	17,40	11,41	19,35	11,99	24,25	13,07
800	23,02	29,45	24,47	31,25	24,96	35,34	26,17
800	39,92	45,70	41,38	47,30	41,87	51,30	43,09
800	52,94	58,40	54,42	59,95	54,91	63,75	56,18
800	65,00	70,20	66,49	71,65	66,99	75,20	68,24
1200	9,98	20,77	12,15	23,57	12,86	30,77	14,62
1200	23,02	32,47	25,30	34,97	25,93	41,22	27,75
1200	39,92	48,47	42,12	50,77	42,86	56,57	44,71
1200	52,94	60,97	55,17	63,27	55,90	68,67	57,80
1200	65,00	72,62	67,25	74,62	68,00	79,77	69,90
1600	9,98	24,30	12,87	27,65	13,83	37,10	16,20
1600	23,02	35,35	25,93	38,65	26,90	46,90	29,32
1600	39,92	51,15	42,86	54,05	43,83	61,50	46,31
1600	52,94	63,60	55,90	66,45	56,88	73,35	59,42
1600	65,00	75,05	68,00	77,90	68,98	84,30	71,56

Die in Zahlentafel 12 zusammengestellten 60 zueinander gehörigen Werte von T_i und t_m wurden wiederum in ein Koordinatensystem mit T_i als Abszisse und t_m als Ordinate eingetragen (Fig. 14). Diese Kurventafel bildet nun die Grundlage zur Gewinnung des endgültigen Resultates. Es können aus dieser Tafel für jede der drei untersuchten Geschwindigkeiten die einer beliebigen mittleren Wassertemperatur entsprechenden innern Rohrwandtemperaturen bei vier verschiedenen übertragenen Wärmemengen entnommen werden.

Fig. 14.



Abhängigkeit der mittleren Wassertemperatur t_m von der inneren Rohrwandtemperatur T_i bei 4 verschiedenen übertragenen Wärmemengen und 3 Geschwindigkeiten.

2. Eisenrohr Nr. 1

(Rohrmaße, untersuchte Wassermengen und Geschwindigkeiten s. Zahlentafel 7, S. 52.) Die Auswertung der Versuche erfolgte in derselben Weise wie beim Messingrohr. Für die Figg. 15, 16, 17, 23, 24 gilt dasselbe wie für die zum Messingrohr gehörenden Figg. Fig. 15 enthält alle Versuchspunkte und zeigt die Abhängigkeit zwischen W und T . Fig. 16

zeigt die Abhängigkeit zwischen t_1 und T , für die drei untersuchten Geschwindigkeiten und je die vier übertragenen Wärmemengen:

$$W = 400; 800; 1200; 1600 \text{ gr cal sk}^{-1}.$$

Die in Fig. 15 eingezeichneten Versuchspunkte weichen von den eingezeichneten Kurven mehrfach weiter ab als beim Messingrohr. Deshalb wurde mit Eisenrohr Nr. 1 eine besonders große Zahl von Versuchen angestellt. Die Unregelmäßigkeiten sind dadurch zu erklären, daß die Reibung der Führungsspitzen des Versuchsrohrs an der rauhen Oberfläche des Mantelrohres die freie Ausdehnung manchmal hinderte und geringe elastische Durchbiegungen des Versuchsrohres hervorrief, wodurch bei einzelnen Versuchen die Genauigkeit der Messung der Rohrtemperatur beeinträchtigt wurde. Da diese störende Erscheinung bei Rohren von geringerem Durchmesser stärker auftrat, wurde von der Untersuchung geringerer Durchmesser abgesehen.

Die mit a bezeichneten Punkte (Rohrtemperaturen) in Fig. 15 liegen weit oberhalb der Kurven. Bei diesen Versuchen war Kesselsteinbildung im Rohre aufgetreten, wodurch bei konstantem t_1 und konstantem W eine Erhöhung von T hervorgerufen wurde. Der Einfluß des Kesselsteins wurde weiter verfolgt. Siehe darüber Abschnitt IX, S. 79.

Der Berechnung der inneren Rohrwandtemperatur T_i und der mittleren einzusetzenden Wassertemperatur t_m wurden für alle Geschwindigkeiten die Einströmtemperaturen:

$$t_1 = 10; 20; 30; 40; 50^\circ\text{C}$$

zugrunde gelegt. Die hierzu und zu den vier gewählten Wärmemengen gehörigen Werte von T wurden der Fig. 16 entnommen.

Die Wärmeleitzahl der untersuchten Eisenrohre selbst war nicht bekannt. Sie wurde angenommen zu $\lambda = 0,15$, ein Wert, der nicht sehr hoch gegriffen ist ¹⁾. Die von Lorenz ²⁾ gefundene Zunahme dieser Zahl mit der Temperatur wurde nicht berücksichtigt, da sie nicht durchaus bestätigt ist, außerdem auf die Berechnung von T_i keinen die Versuchsgenauigkeit überschreitenden Einfluß hatte. Der gesamte Temperaturfall in der Rohrwand betrug bei Eisenrohr Nr. 1 für die verschiedenen W :

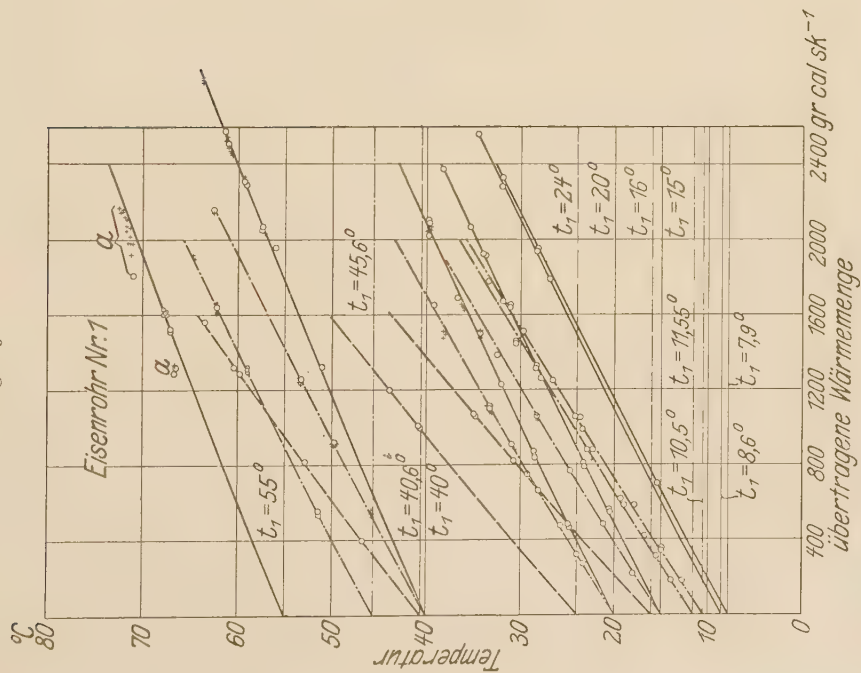
W	400	800	1200	1600	gr cal sk ⁻¹
$T_a - T_i$	0,25	0,49	0,74	0,97	°C

Die 60 berechneten Werte von T_i und t_m sind für alle Geschwindigkeiten und je die vier Wärmemengen zusammengestellt in Zahlentafel 13, für die dasselbe gilt wie für Zahlentafel 12.

1) Siehe Landolt-Börnstein, L.-N. 7, S. 507.

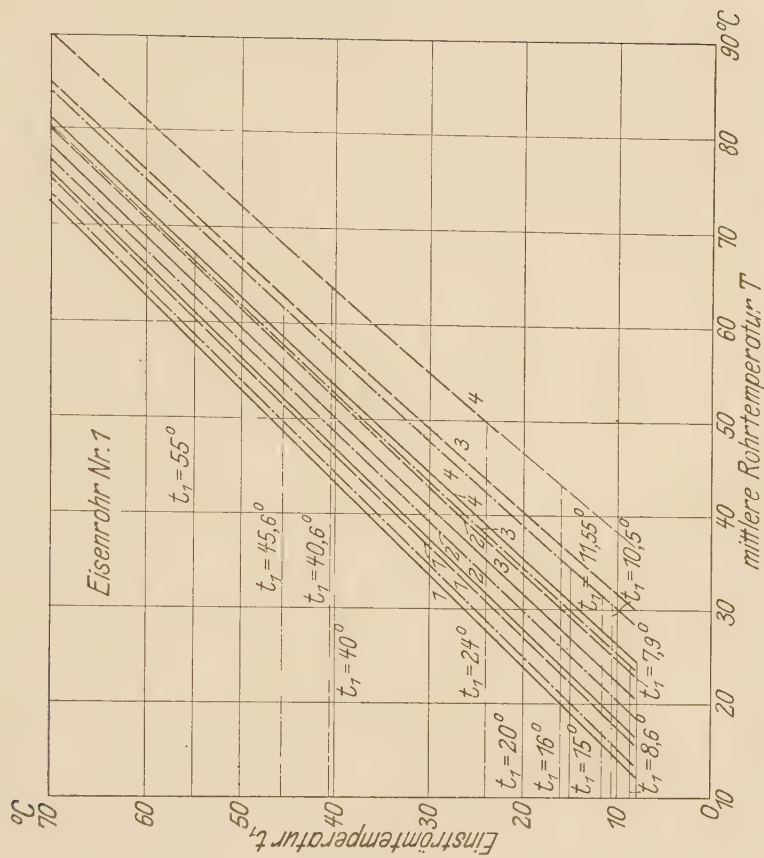
2) Daselbst.

Fig. 15.



Abhängigkeit der Rohrtemperatur T von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter Einströmtemperatur t_1 und 3 Geschwindigkeiten (nach den Versuchen).

Fig. 16.



Abhängigkeit der Einströmtemperatur t_1 von der Rohrtemperatur T bei 4 verschiedenen übertragenen Wärmemengen und 3 Geschwindigkeiten.

Zahlentafel 13.

Eisenrohr Nr. 1.

Zusammenstellung der berechneten Werte von T_i und t_m .

		$v = 132,2 \text{ cm sk}^{-1}$		$v = 100,0 \text{ cm sk}^{-1}$		$v = 61,7 \text{ cm sk}^{-1}$	
1	2	3	4	5	6	7	8
W	t_1	T_i	t_m	T_i	t_m	T_i	t_m
gr cal sk ⁻¹	°C	°C	°C	°C	°C	°C	°C
400	10,0	14,28	10,70	15,28	10,94	17,43	11,55
400	20,0	23,98	20,70	24,93	20,94	27,08	21,56
400	30,0	33,73	30,71	34,63	30,94	36,58	31,57
400	40,0	43,48	40,71	44,28	40,95	46,18	41,59
400	55,0	58,18	55,72	58,98	55,96	60,68	56,60
800	10,0	18,30	11,45	20,25	11,90	24,60	13,10
800	20,0	27,75	21,45	29,55	21,91	33,70	23,13
800	30,0	37,25	31,45	38,95	31,92	42,75	33,15
800	40,0	46,75	41,45	48,35	41,93	52,00	43,18
800	55,0	61,30	56,47	62,75	56,95	66,15	58,22
1200	10,0	22,23	12,13	25,03	12,84	31,48	14,63
1200	20,0	31,43	22,14	34,08	22,85	40,03	24,68
1200	30,0	40,68	32,15	43,18	32,87	48,78	34,72
1200	40,0	49,98	42,16	52,33	42,89	57,63	44,76
1200	55,0	64,28	57,19	66,43	57,93	71,43	59,80
1600	10,0	26,06	12,86	29,73	13,78	38,11	16,26
1600	20,0	35,06	22,88	38,51	23,81	46,21	26,28
1600	30,0	44,01	32,89	47,31	33,85	54,66	36,32
1600	40,0	53,16	42,91	56,26	43,85	63,31	46,33
1600	55,0	67,16	57,94	70,11	58,85	76,61	61,34

Fig. 17 enthält die graphische Darstellung dieser Werte und dient zur Gewinnung des endgültigen Ergebnisses, entsprechend Fig. 14 für das Messingrohr.

Eisenrohr Nr. 2

(Rohrmaße, untersuchte Wassermengen und Geschwindigkeiten, siehe Zahlentafel 7, S. 52). Die Auswertung erfolgte wie vorher. In den Figg. 18, 19, 20, 25, 26 gelten die ausgezogenen Kurven für $v=74,0 \text{ cm sk}^{-1}$, die strichpunktiierten für $v = 61,75 \text{ cm sk}^{-1}$, die gestrichelten für $v = 48,75 \text{ cm sk}^{-1}$. Fig. 18 enthält alle Versuchspunkte und zeigt die Abhängigkeit zwischen W und T bei je konstantem t_1 . Fig. 19 enthält die Abhängigkeit zwischen t_1 und T für die drei untersuchten Geschwindigkeiten und jeweils die konstanten übertragenen Gesamtwärmemengen:

$$W = 400; 800; 1200; 1600 \text{ gr cal sk}^{-1}.$$

Die weitere Auswertung geschah für die Einströmtemperaturen:

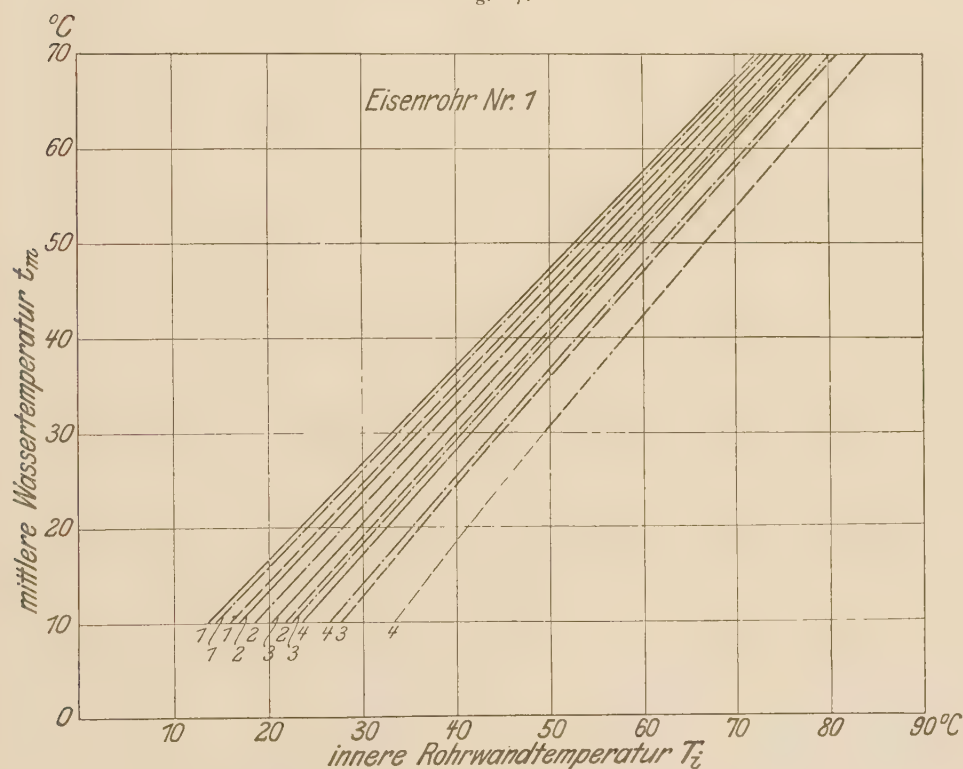
$$t_1 = 12,0; 25,0; 39,9; 51,95; 65,0 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Der gesamte Temperaturfall in der Rohrwand betrug für die verschiedenen W :

W	400	800	1200	1600	gr cal sk ⁻¹
$T_a - T_i$	0,15	0,31	0,46	0,61	$^\circ\text{C}$

Die berechneten Werte von T_i und t_m sind in Zahlentafel 14 zusammengestellt. In Fig. 20 sind die Werte von t_m und T_i graphisch dargestellt, entsprechend Fig. 14 für das Messingrohr.

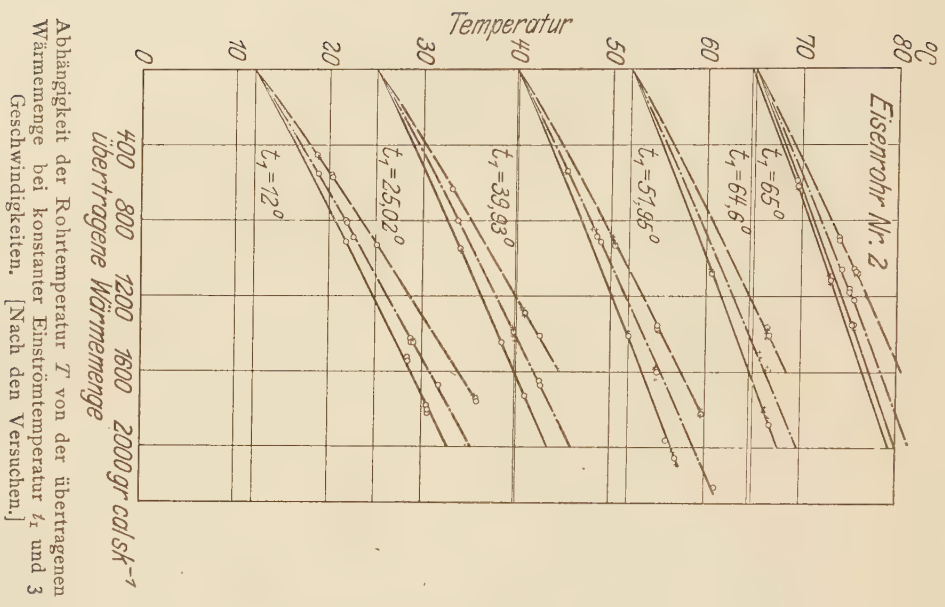
Fig. 17.



Abhängigkeit der mittleren Wassertemperatur t_m von der inneren Rohrwandtemperatur T_i bei 4 verschiedenen übertragenen Wärmemengen und 3 Geschwindigkeiten.

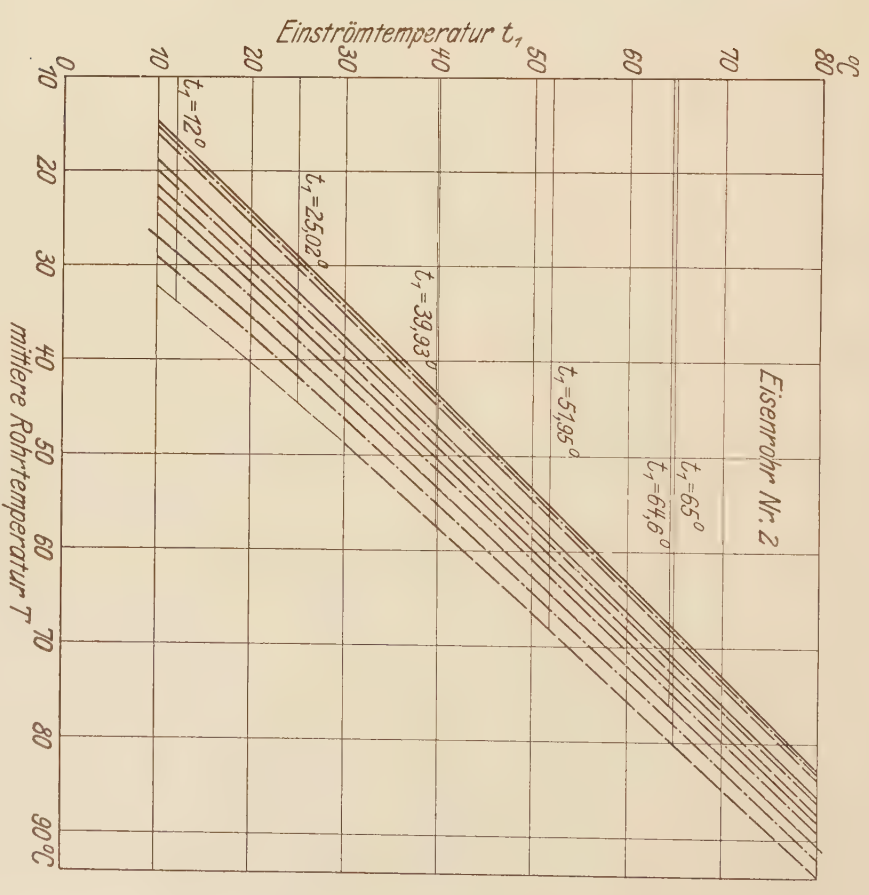
Um große Zahlen bei den Wärmemengen zu vermeiden, sind bis zur Aufstellung der Kurventafeln 14, 17, 20 die Wärmemengen als gesamte von der Rohroberfläche abgegebene Wärmemengen in gr cal sk⁻¹ betrachtet worden und alle Rechnungen in cm, gr, sk, gr cal durchgeführt worden. Da der Wärmeübergang meist in technischen Maßen ausgedrückt wird, sollen weiterhin nur noch m, kg, st, WE zur Rechnung benutzt werden. Als Wärmemengen sollen WE st⁻¹ m⁻² gelten, die mit

Fig. 18.



Abhängigkeit der Rohrtemperatur T von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter Einströmtemperatur t_1 und 3 Geschwindigkeiten. [Nach den Versuchen.]

Fig. 19.



Abhängigkeit der Einströmtemperatur t_1 von der Rohrtemperatur T bei 4 verschiedenen übertragenen Wärmemengen und 3 Geschwindigkeiten.

Q bezeichnet werden. Die Umrechnung ergibt für das Messingrohr und Eisenrohr Nr. 1:

$$Q = 35,13 \text{ } W \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2},$$

und für Eisenrohr Nr. 2:

$$Q = 21,43 \text{ } W \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2},$$

worin W in gr cal sk^{-1} einzusetzen ist.

Zahlentafel 14.

Eisenrohr Nr. 2.

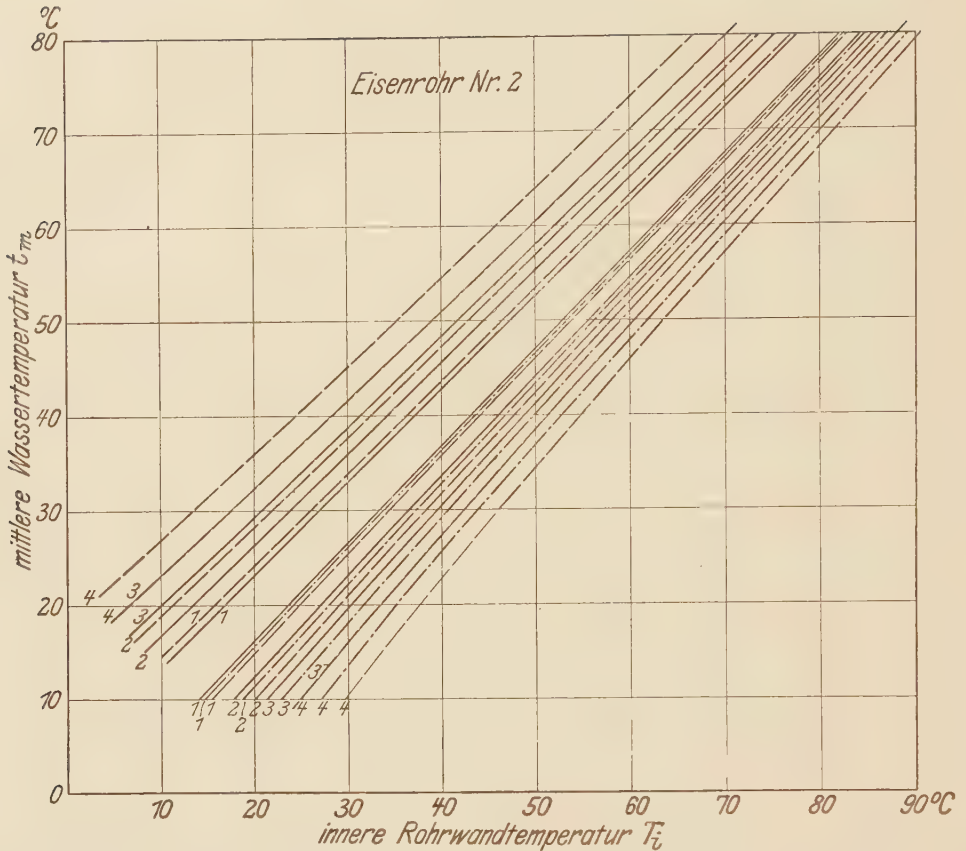
Zusammenstellung der berechneten Werte von T_i und t_m .

		$v = 74,0 \text{ cm sk}^{-1}$		$v = 61,75 \text{ cm sk}^{-1}$		$v = 48,75 \text{ cm sk}^{-1}$	
1	2	3	4	5	6	7	8
W	t_i	T_i	t_m	T_i	t_m	T_i	t_m
gr cal sk^{-1}	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$
400	12,0	16,47	12,45	16,97	12,54	17,82	12,67
400	25,0	28,92	25,45	29,42	25,53	30,22	27,67
400	39,9	43,47	40,35	43,92	40,45	44,62	40,59
400	51,95	55,27	52,40	55,72	52,50	56,32	52,65
400	65,0	68,07	65,47	68,47	65,56	69,02	65,70
800	12,0	20,50	12,92	21,60	13,11	23,25	13,40
800	25,0	32,65	25,92	33,60	26,11	35,00	26,40
800	39,9	46,85	40,82	47,55	41,02	48,90	41,30
800	51,95	58,35	52,87	59,15	53,06	60,35	53,36
800	65,0	71,00	65,93	71,75	66,11	72,95	66,41
1200	12,0	24,42	13,37	26,07	13,64	28,47	14,11
1200	25,0	36,12	26,38	37,62	26,65	39,67	27,11
1200	30,9	49,92	41,29	51,17	41,56	53,07	42,02
1200	51,95	61,37	53,34	62,52	53,62	64,27	54,08
1200	65,0	73,77	66,40	74,87	66,68	76,52	67,15
1600	12,0	28,29	13,86	30,39	14,20	33,49	14,70
1600	25,0	39,49	26,86	41,39	27,21	44,19	27,80
1600	39,9	52,89	41,74	54,59	42,14	57,09	42,76
1600	51,95	64,14	53,81	65,69	54,16	68,04	54,82
1600	65,0	73,39	66,87	77,84	67,21	79,94	67,90

VIII. Die Ergebnisse der Wärmeübergangsversuche von Metall an Wasser

Aus den Figg. 14 (Messingrohr), 17 (Eisenrohr Nr. 1), 20 (Eisenrohr Nr. 2) können alle zur Gewinnung des Ergebnisses notwendigen Punkte entnommen werden.

Fig. 20.



Abhängigkeit der mittleren Wassertemperatur t_m von der inneren Rohrwandtemperatur T_i bei 4 verschiedenen übertragenen Wärmemengen und 3 Geschwindigkeiten. (Für den Wärmeübergang von Wasser an Metall bei 2 Geschwindigkeiten.)

a) Messingrohr. Es wurden aus Fig. 14 für jede der drei untersuchten Geschwindigkeiten und je für die vier dargestellten übertragenen Wärmemengen:

$$Q = 14\,050; 28\,100; 42\,150; 56\,200 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

die Werte von T_i entnommen, die den konstanten Werten von t_m entsprechen:

$$t_m = 15,0; 30,0; 45,0; 60,0 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

In Fig. 21 sind diese Werte graphisch dargestellt mit den Wärmemengen Q als Abszisse und den Temperaturen t_m und T_i als Ordinate.

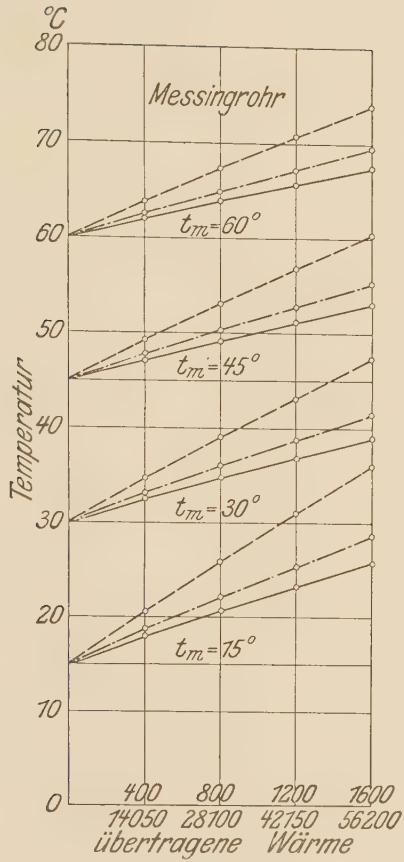
Außerdem wurden für jede der drei untersuchten Geschwindigkeiten und die vier Werte von Q noch folgende Zahlen aus Fig. 14 entnommen:

Die Werte von t_m , entsprechend den konstanten Werten von T_i

$$T_i = 40,0; 65,0 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

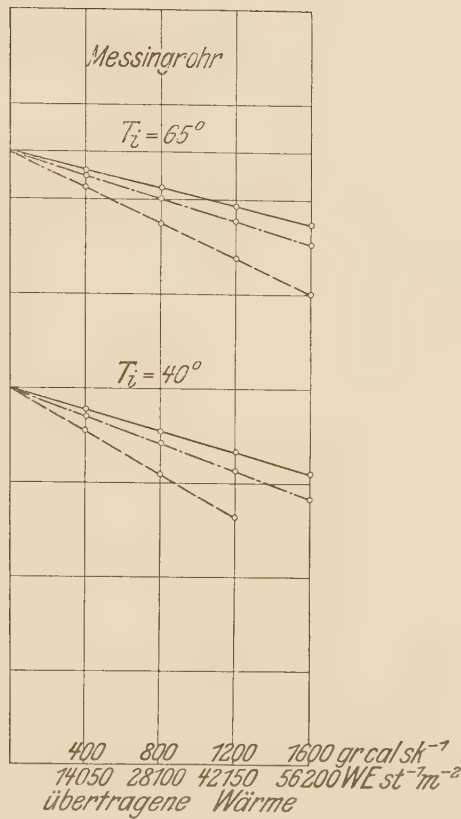
In Fig. 22 sind diese Werte graphisch dargestellt mit den Wärmemengen Q als Abszisse und t_m und T_i als Ordinate.

Fig. 21.



Abhängigkeit der inneren Rohrwandtemperatur T_i von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter mittlerer Wassertemperatur t_m .

Fig. 22.



Abhängigkeit der mittleren Wassertemperatur t_m von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter innerer Rohrwandtemperatur T_i .

b) Eisenrohr Nr. 1. Die in derselben Weise wie beim Messingrohr der Fig. 17 entnommenen Werte von T_i und t_m sind in den Figg. 23 und 24 graphisch dargestellt.

c) Eisenrohr Nr. 2. Die in derselben Weise wie beim Messingrohr der Fig. 20 entnommenen Werte von T_i und t_m sind in den Figg. 25 und 26 graphisch dargestellt. Bei diesem Rohre sind die dargestellten Wärmemengen:

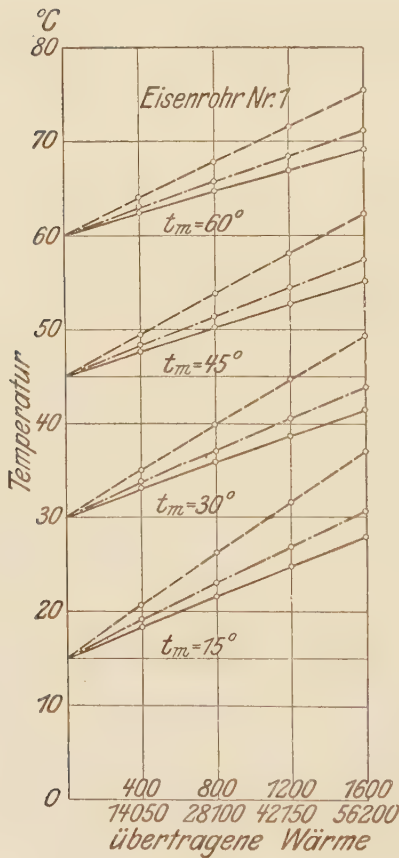
$$Q = 8\,575; 17\,150; 25\,725; 34\,300 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2}.$$

Die Figg. 21–26 enthalten die Versuchsergebnisse selbst. Sie zeigen bei verschiedenen konstanten mittleren Wassertemperaturen die Abhängigkeit der inneren Rohrwandtemperatur von der übertragenen Wärmemenge, oder bei verschiedenen konstanten inneren Rohrwandtemperaturen die Abhängigkeit der mittleren Wassertemperaturen von derselben, und zwar für je drei verschiedene Geschwindigkeiten. Es

läßt sich aus diesen Darstellungen die Änderung der Wärmeübertragung abhängig von der Variation jeder einzelnen den Wärmeübergang beeinflussenden Größe direkt entnehmen, ein Resultat, das durch rein rechnerische Behandlung der zahlreichen Einzelversuche nicht auf so einfachem Wege hätte erreicht werden können wie durch die angewandte Auswertungsmethode.

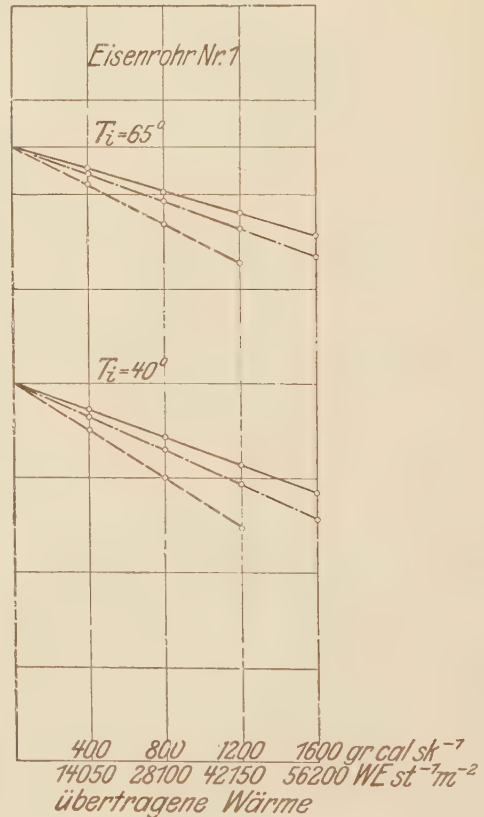
Bei allen Rohren scheinen die Rohrwandtemperaturen T_i für die kleinste Geschwindigkeit und größte Wärmemenge bei niedrigen mittleren Wassertemperaturen zu hoch zu liegen. (Die letzten Kurven in Fig. 14, 17, 20 weichen unten zu stark nach rechts ab.) Deshalb, und auch weil in diesen Fällen die Temperaturerhöhung des Wassers im Rohre zu groß war, wodurch die Berechnung von t_m ungenau wurde, wurden diese Werte bei den weiteren Berechnungen nicht mehr benutzt.

Fig. 23.



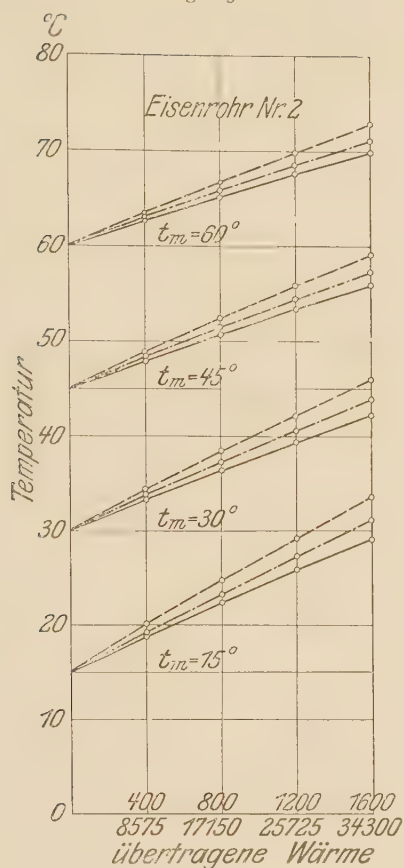
Abhängigkeit der inneren Rohrwandtemperatur T_i von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter mittlerer Wassertemperatur t_m .

Fig. 24.



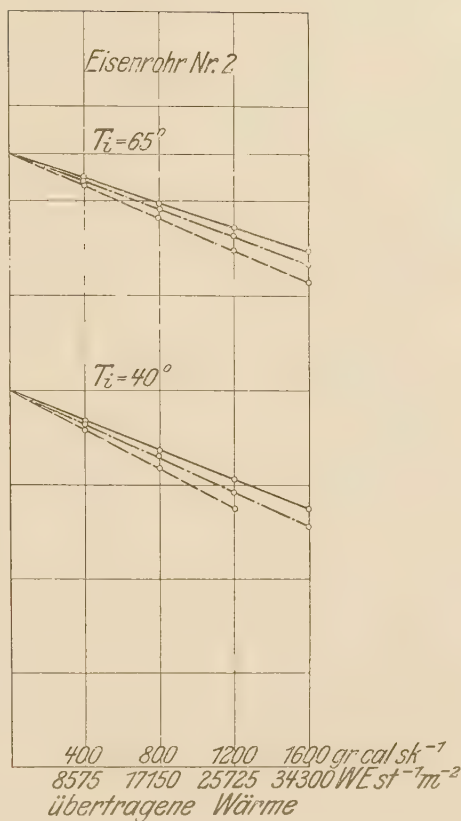
Abhängigkeit der mittleren Wassertemperatur t_m von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter innerer Rohrwandtemperatur T_i .

Fig. 25.



Abhängigkeit der inneren Rohrwandtemperatur T_i von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter mittlerer Wassertemperatur t_m .

Fig. 26.



Abhängigkeit der mittleren Wassertemperatur t_m von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter innerer Rohrwandtemperatur T_i .

Es soll nun der Einfluß aller untersuchten, den Wärmeübergang bestimmenden Variablen einzeln berechnet werden.

1. Einfluß des Wasserdrucks p

Der Wasserdruck konnte zwischen $p = 10$ cm Hg bis $p = 50$ cm Hg verändert werden. Es wurden spezielle Versuche mit verschiedenen Drucken angestellt. Diese Versuche ergaben, daß innerhalb dieser Grenzen der Wärmeübergang unabhängig vom Wasserdruck ist.

2. Der Einfluß der Wassergeschwindigkeit v

a) Messingrohr. Der Einfluß der Geschwindigkeit ist zu erkennen, wenn man aus Fig. 21 die Werte von Q entnimmt für die drei Geschwindigkeiten und bei:

$$t_m = \text{const}; T_i = \text{const}; T_i - t_m = \text{const.}$$

Hieraus ergibt sich Q proportional v^n . Die Berechnungen sind mit vier verschiedenen Werten von t_m und für jedes t_m mit zwei verschiedenen Werten von T_i durchgeführt worden. Ein Beispiel zeigt Zahlentafel 15.

Zahlentafel 15.

	t_m	T_i	v	Q	$n_{(1,2)}$	$n_{(1,3)}$	$n_{(2,3)}$
	°C	°C	m sk ⁻¹	WE st ⁻¹ m ⁻²			
1	30,0	39,05	1,322	56 200			
2	30,0	39,05	1,00	43 730	0,906	0,910	0,916
3	30,0	39,05	0,617	28 100			
1	30,0	34,75	1,322	28 100			
2	30,0	34,75	1,00	21 780	0,912	0,910	0,907
3	30,0	34,75	0,617	14 050			

Als Mittel aus 24 berechneten Werten ergibt sich der Exponent der Geschwindigkeit auf zwei Stellen nach dem Komma abgerundet zu:

$$n = 0,91.$$

b) Eisenrohr Nr. 1. Die Werte sind der Fig. 23 für die Berechnungen entnommen. Ein Beispiel zeigt Zahlentafel 16.

Zahlentafel 16.

	t_m	T_i	v	Q	$n_{(1,2)}$	$n_{(1,3)}$	$n_{(2,3)}$
	°C	°C	m sk ⁻¹	WE st ⁻¹ m ⁻²			
1	30,0	41,45	1,322	56 200			
2	30,0	41,45	1,00	46 000	0,719	0,715	0,714
3	30,0	41,45	0,617	32 600			
1	30,0	35,87	1,322	28 100			
2	30,0	35,87	1,00	23 000	0,719	0,715	0,714
3	30,0	35,87	0,617	16 300			

Als Mittel aus 24 berechneten Werten ergibt sich der Exponent der Geschwindigkeit zu:

$$n = 0,72.$$

c) Eisenrohr Nr. 2. Die Werte für die Berechnungen sind der Fig. 25 entnommen. Ein Beispiel zeigt Zahlentafel 17.

Zahlentafel 17.

	t_m	T_i	v	Q	$n_{(1,2)}$	$n_{(1,3)}$	$n_{(2,3)}$
	°C	°C	m sk ⁻¹	WE st ⁻¹ m ⁻²			
1	30,0	42,28	0,74	34 300			
2	30,0	42,28	0,617 ₅	30 180	0,701	0,690	0,675
3	30,0	42,28	0,487 ₅	25 720			
1	30,0	36,50	0,74	17 150			
2	30,0	36,50	0,617 ₅	15 100	0,698	0,690	0,683
3	30,0	36,50	0,487 ₅	12 860			

Als Mittel aus 24 berechneten Werten ergibt sich der Exponent der Geschwindigkeit zu:

$$n = 0,69.$$

3. Der Einfluß des Durchmessers d

Der Einfluß des Durchmessers auf die übertragene Wärmemenge Q WE st⁻¹ m⁻² kann aus den Versuchen mit Eisenrohr Nr. 1, $d = 1,7$ cm und Eisenrohr Nr. 2, $d = 2,8$ cm bei der konstanten Geschwindigkeit $v = 0,617$ m sk⁻¹ berechnet werden. Aus den Figg. 23 und 25 sind die Werte von Q für $v = \text{const} = 0,617$ m sk⁻¹ und für verschiedene zusammengehörige Werte von:

$$t_m = \text{const}, T_i = \text{const}, T_i - t_m = \text{const}$$

entnommen worden. Die Zahlen zeigen eine deutliche Zunahme der von der Flächeneinheit an das Wasser übertragenen Wärmemenge mit abnehmendem Durchmesser. Gemäß der Theorie von Reynolds¹⁾ und von Nußelt²⁾ ist die Abhängigkeit zwischen Q und d berechnet worden in der Form:

$$Q \text{ proportional } \frac{1}{d^m}.$$

Ein Beispiel dieser Berechnung für $(T_i - t_m) = 10^\circ\text{C}$ und für verschiedene Werte von t_m und T_i ist enthalten in Zahlentafel 18.

Zahlentafel 18.

t_m °C	T_i °C	E.-Rohr 1 $d = 1,7$ cm	E.-Rohr 2 $d = 2,8$ cm	m
		Q	Q	
		WE st ⁻¹ m ⁻²	WE st ⁻¹ m ⁻²	
15,0	25,0	24 830	20 780	0,356
30,0	40,0	28 350	24 100	0,325
45,0	55,0	32 200	27 530	0,315
60,0	70,0	36 010	30 540	0,329

20 berechnete Werte von m schwanken zwischen

$$m \sim 0,3 \text{ bis } m \sim 0,36.$$

Da einerseits die Exponenten n der Geschwindigkeit für die beiden Rohre nicht genau übereinstimmen ($n = 0,72$ für Eisenrohr Nr. 1 und $n = 0,69$ für Eisenrohr Nr. 2), und da andererseits die Stärke der sehr dünnen, die Rohre bedeckenden Rostschicht ebenfalls etwas verschieden sein konnte,

1) Siehe Formel 21, S. 24.

2) Siehe Formel 24, S. 25.

so ist eine bessere Übereinstimmung der Werte von m nicht zu erwarten. Die gefundenen Größen von m sind hinlänglich genau, um die nach der Theorie von Nußelt bestehende Beziehung zwischen dem Exponenten n der Geschwindigkeit und dem Exponenten m des Durchmessers zu bestätigen:

$$m = 1 - n.$$

4. Der Einfluß der mittleren Wassertemperatur t_m

a) Messingrohr. Die Kurven von t_m für $v = \text{const}$, $T_i = \text{const}$ in Fig. 22 sind der Abszissenaxe zu schwach konvex gekrümmt. Der Wärmeübergang hängt also in geringem Maße ab von t_m und zwar erfährt er eine Abnahme mit steigendem t_m . Dieser Einfluß läßt sich darstellen durch einen Koeffizienten von der Form $(1 - c t_m)$, worin c für alle Geschwindigkeiten und Temperaturen eine Konstante ist von der Größe:

$$c = 0,0015.$$

b) Eisenrohr Nr. 1 und Eisenrohr Nr. 2. Die Kurven von t_m für $v = \text{const}$, $T_i = \text{const}$ in den Figg. 24 und 26 zeigen in den meisten Punkten, besonders bei höheren Werten von $T_i = \text{const}$, eine Krümmung in demselben Sinne wie beim Messingrohr. Diese Abweichung von einer Geraden ist jedoch zu gering, um die Konstante c mit Sicherheit berechnen zu können. Auch zeigen einzelne Punkte die entgegengesetzte Abhängigkeit. Es können daher mit guter Genauigkeit durch die Punkte in Fig. 24 und 26 Gerade gezogen werden, so daß für diese beiden Rohre die Wärmeübertragung als praktisch unabhängig von der Wassertemperatur t_m angesehen werden kann.

5. Der Einfluß der Rohrwandtemperatur T_i

a) Messingrohr. Die Kurven von T_i für $v = \text{const}$, $t_m = \text{const}$ in Fig. 21 sind der Abszissenaxe zu konkav gekrümmt, zeigen also eine Verbesserung des Wärmeübergangs mit steigendem T_i bei konstantem t_m . Dieser Einfluß läßt sich darstellen durch einen Koeffizienten von der Form $(1 + b T_i)$, worin b für alle Geschwindigkeiten und Temperaturen angenähert eine Konstante ist von der Größe:

$$b = 0,018 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

b) Eisenrohr Nr. 1 und Eisenrohr Nr. 2. Aus den Kurven von T_i für $t_m = \text{const}$, $v = \text{const}$ in Fig. 23 und 25 ergibt sich die Konstante b im Koeffizienten $(1 + b T_i)$ für beide Eisenrohre und alle Geschwindigkeiten und Temperaturen zu

$$b = 0,014.$$

6. Aufstellung der Formeln für den Wärmeübergang von Metall an Wasser

Es ist jetzt für jedes Rohr der Einfluß aller den Wärmeübergang bestimmenden Größen einzeln ermittelt worden. Um für die in der Zeit-

1) Für $T_i \geq 35^\circ\text{C}$ wäre genauer zu setzen: $b = 0,016$, doch würde eine hiermit aufgestellte Formel zu hohe Werte von Q für niedrigere Werte von T_i liefern.

einheit von der Oberflächeneinheit an das Wasser übertragene Wärmemenge Q und für die Übergangszahl α eine Formel zu geben, muß noch der Wert des Faktors c in der allgemeinen Gleichung bestimmt werden:

$$Q = c (T_i - t_m) f_1(d) f_2(p) f_3(v) f_4(t_m) f_5(T_i). \quad 25b)$$

a) Messingrohr. Unter der Annahme, daß auch hier im Einklang mit der Theorie und den Versuchen mit den Eisenrohren gesetzt werden muß:

$$Q \text{ proportional } \frac{1}{d^{1-n}},$$

lautet die Formel für den Wärmeübergang:

$$Q = h (T_i - t_m) \frac{v^n}{d^{1-n}} (1 + b T_i) (1 - c t_m) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2}. \quad 36)$$

Es ist ermittelt worden:

$$n = 0,91; \quad b = 0,018; \quad c = 0,0015.$$

Setzt man in diese Formel zueinander gehörige Werte von Q, v, T_i, t_m aus Figg. 21 und 22 ein, so ergibt sich h als Konstante. Als Mittelwert aus 24 Berechnungen ist:

$$h = 2015.$$

Die Formel für α lautet:

$$\alpha = 2015 \frac{v^{0,91}}{d^{0,09}} (1 + 0,018 T_i) (1 - 0,0015 t_m) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}. \quad 37)$$

Hierin ist einzusetzen:

$$v \text{ in m sk}^{-1}; \quad d \text{ in m}; \quad T_i, t_m \text{ in } ^\circ\text{C}.$$

Die geringe Abhängigkeit des α von t_m , d. h. der Koeffizient $(1 - c t_m)$ kann für die Praxis vernachlässigt werden. Unter dieser Voraussetzung muß der Koeffizient $(1 + b T_i)$ aus Kurven mit verschiedenen t_m berechnet werden, also der Einfluß von T_i etwas geringer eingesetzt werden. In diesem Falle wird b :

$$b = 0,014$$

und h berechnet sich im Mittel zu

$$h = 2120,$$

so daß α wird:

$$\alpha = 2120 \frac{v^{0,91}}{d^{0,09}} (1 + 0,014 T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}. \quad 38)$$

Die auch für diese Annäherungsformel gute Konstanz der Werte von h zeigt Fig. 27. Hierin sind folgende aus den Kurven in Fig. 21 berechneten Werte von h als Ordinaten mit T_i als Abszissen eingetragen:

Für $v = 1,322 \text{ m sk}^{-1}$ (○):

Werte von h für $Q = 28\,100$ und $56\,200 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

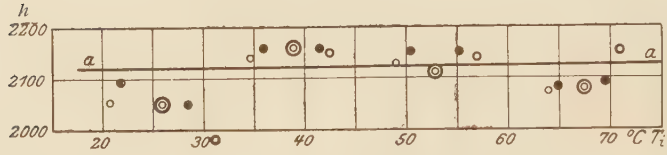
$v = 1,00 \text{ m sk}^{-1}$ (●):

Werte von h für $Q = 28\,100$ und $56\,200 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

$v = 0,617 \text{ m sk}^{-1}$ (○):

Werte von h für $Q = 28\,100$ und $42\,150 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

Fig. 27.



Berechnete Werte der Konstante h (Messingrohr).

b) Eisenrohr Nr. 1. Die Formel für den Wärmeübergang lautet:

$$Q = h (T_i - t_m) \frac{v^n}{d^{1-n}} (1 + b T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \quad . \quad . \quad 36a)$$

Es ist ermittelt worden:

$$n = 0,72, \quad b = 0,014.$$

In derselben Weise wie beim Messingrohr ergibt sich h als Mittel aus 24 Berechnungen zu

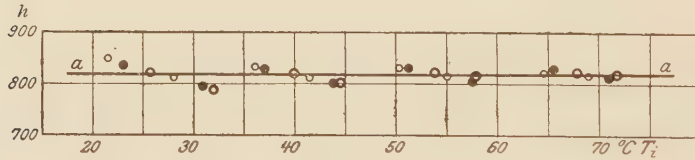
$$h = 818.$$

Die Formel für a lautet:

$$a = 818 \frac{v^{0,72}}{d^{0,28}} (1 + 0,014 T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad . \quad . \quad 39)$$

Fig. 28 zeigt die Lage der Werte von h (entsprechend Fig. 27).

Fig. 28.



Berechnete Werte der Konstante h (Eisenrohr Nr. 1).

c) Eisenrohr Nr. 2. Die Formel für den Wärmeübergang lautet:

$$Q = h (T_i - t_m) \frac{v^n}{d^{1-n}} (1 + b T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \quad . \quad . \quad 36a)$$

Es ist ermittelt worden:

$$n = 0,69, \quad b = 0,014.$$

h ergibt sich als Mittel aus 24 Berechnungen zu

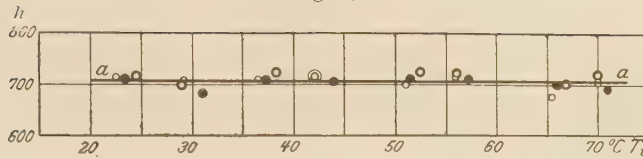
$$h = 708.$$

Die Formel für a lautet:

$$a = 708 \frac{v^{0,69}}{d^{0,31}} (1 + 0,014 T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad . \quad . \quad 40)$$

Fig. 29 zeigt die Lage der Werte von h .

Fig. 29.



Berechnete Werte der Konstante h (Eisenrohr Nr. 2).

Die Formeln 39 (Eisenrohr Nr. 1) und 40 (Eisenrohr Nr. 2) geben nur wenig verschiedene Werte für α . In guter Annäherung an beide Formeln kann als mittlere Formel für beide Eisenrohre gesetzt werden, wobei n auf $n = 0,7$ abgerundet ist:

$$\alpha = 735 \frac{v^{0,7}}{d^{0,3}} (1 + 0,014 T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad . \quad . \quad 41)$$

7. Einfluß der Rauheit der Oberfläche

Die Rauheit der Rohroberfläche wird durch die von Biel¹⁾ aufgestellten Rauheitsgrade bezeichnet. Danach ist ungefähr:

- Rauheitsgrad 0: vollkommen glatte Wand;
- I: nahtlos gezogenes Messingrohr;
- II: verzinktes Eisenrohr;
- III: gewöhnliches Gußeisenrohr.

Das untersuchte Messingrohr hat hiernach Rauheitsgrad I, die beiden Eisenrohre haben Rauheitsgrad II. Zwischen der Oberflächenbeschaffenheit beider Eisenrohre konnte kein Unterschied festgestellt werden. Durch Vergleich der für α ermittelten Formeln ist der Einfluß der Rauheit der Oberfläche auf die Wärmeübertragung zu ersehen. Der Wert des Exponenten n der Geschwindigkeit und der Konstanten h nimmt mit wachsender Rauheit stark ab. Ein einfacher zahlenmäßiger Zusammenhang zwischen den Größen von h und n ist nicht genau zu erkennen. Es scheint jedoch h ungefähr umgekehrt proportional $(1 - n)$ zu sein. Weiter nimmt mit wachsender Rauheit der Einfluß der Wassertemperaturen sowie der Rohrwandtemperaturen auf den Wärmeübergang etwas ab.

IX.

1. Der Einfluß von Kesselstein auf den Wärmeübergang von Metall an Wasser

Der Einfluß einer die Rohroberfläche bedeckenden Kesselsteinschicht konnte bei Eisenrohr Nr. 1 verfolgt werden. Bei den letzten Versuchen mit $v = 1,322 \text{ m sk}^{-1}$ und $t_1 = 55^\circ \text{C}$ zeigten die Rohrtemperaturen T zu hohe Werte. Diese Punkte sind in Fig. 15 mit a bezeichnet. Verfasser schloß

1) Biel, L.-N. 15, S. 17.

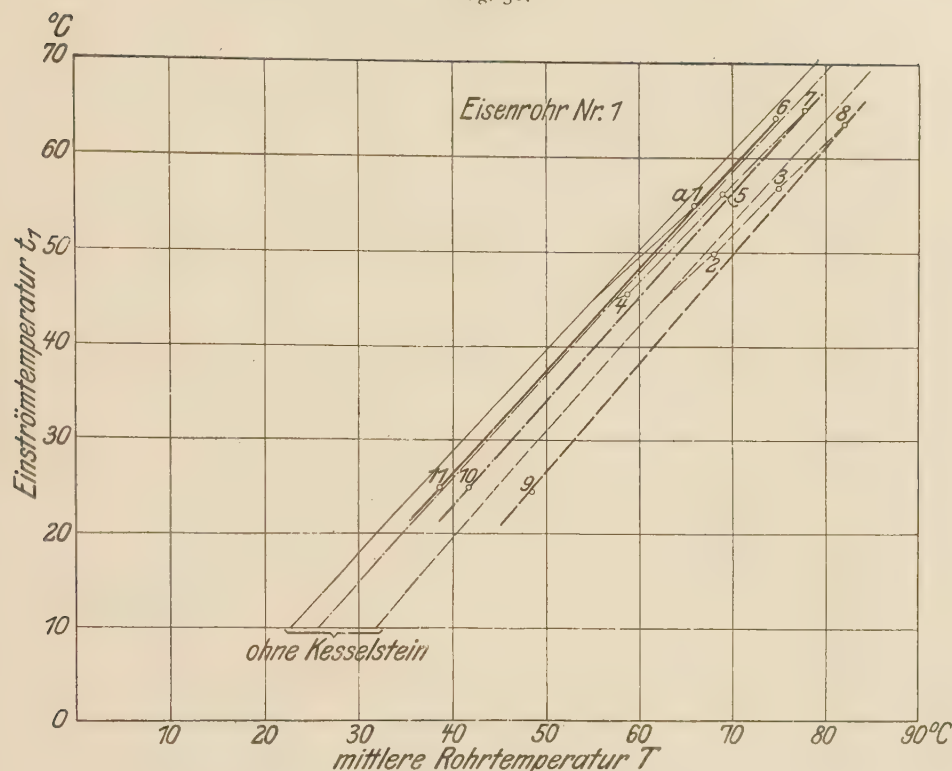
daraus auf das Vorhandensein von Kesselstein. Eine Kontrolle des Versuchsröhres ergab einen ganz schwachen Kalküberzug, der erst nach dem Trocknen des Rohres durch die helle Farbe bemerkbar wurde. Es wurden weitere 11 Versuchsreihen durchgeführt, wobei die Kesselsteinbildung dadurch gefördert wurde, daß zwischen einzelnen Versuchsreihen das Rohr 4—6 Stunden lang von Wasser mit sehr hoher Temperatur durchströmt wurde. Die Versuche wurden mit verschiedenen Geschwindigkeiten und hohen Einströmtemperaturen durchgeführt. Nachdem die Kesselsteinbildung einmal begonnen hatte, setzte sich auch während der Versuche dauernd Stein an. Zum Schluß wurden ohne Zwischenheizung Versuche mit niedrigen Temperaturen angestellt. Hierbei fand keine oder nur eine sehr geringe Abscheidung von Kesselstein statt, so daß die Oberfläche bei diesen Versuchen annähernd dieselbe Beschaffenheit hatte, wie bei den letzten mit hohen Temperaturen. Nach diesen Versuchen war das Rohr beiderseits mit einer sehr dünnen gleichmäßigen Schicht von Kalk bedeckt, die sich mit dem Finger wegwischen ließ. Die Stärke dieser Schicht wurde zu $\delta = 0,05$ bis $0,1$ mm geschätzt. In Zahlentafel 19 ist eine Übersicht über die Geschwindigkeiten und Einströmtemperaturen dieser Versuchsreihen gegeben.

Zahlentafel 19.

Nr. der Versuchs- Reihe	Einströmt:	Geschw.:
	t_1 °C	v m sk ⁻¹
1	55,0	1,322
2	50,0	0,617
3	57,0	0,617
4	45,6	1,00
5	56,2	1,00
6	64,2	1,322
7	65,0	1,00
8	63,4	0,617
9	24,6	0,617
10	25,2	1,00
11	24,8	1,322

Die Auswertung geschah wie vorher. Die Erhöhung der Rohrtemperatur T über diejenige, die ohne Kesselstein derselben Wärmemenge und Einströmtemperatur t_1 entspricht, geht deutlich hervor aus der Lage der einzelnen Punkte in Fig. 30. Die punktierten Linien sind aus Fig. 16 entnommen. Die Darstellung bezieht sich auf drei Geschwindigkeiten, wegen der besseren Übersichtlichkeit jedoch nur auf die eine Wärmemenge: $W = 1200$ gr cal sk⁻¹. Die eingezeichneten Punkte entsprechen den Versuchsreihen 1—11. Die stark ausgezogenen Linien gelten für die endgültige Stärke der Steinschicht.

Fig. 30.



Einfluß von Kesselsteinbildung auf den Wärmeübergang.

Die Oberflächentemperatur der Metallwand wurde wie früher bestimmt. Der Temperaturfall in der Kesselsteinschicht wurde mit Hilfe der geschätzten Dicke und der Wärmeleitzahl des Steins $\lambda_s = 2,0 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ berechnet. Dieser Temperaturfall ergab, von der Temperatur der Metalloberfläche subtrahiert, die Oberflächentemperatur der Steinschicht. Der Wert von λ_s ist der „Hütte“¹⁾ entnommen und kann als mittelmäßige Leitfähigkeit des Kesselsteins betrachtet werden²⁾. Die Untersuchung der Einwirkung des Kesselsteins auf den Exponenten n der Geschwindigkeit zeigte, daß eine Änderung von n nicht eintrat. Dies ist dadurch zu erklären, daß sich die Rauheit der Oberfläche nicht geändert hatte. Der Temperaturkoeffizient konnte ebenfalls als unverändert angesehen werden. Bei Berechnungen mit der geschätzten Dicke der Kesselsteinschicht $\delta_s = 0,05 \text{ mm}$ ergab sich die übertragene Wärmemenge als das $\sim 0,9$ fache der unter gleichen Bedingungen von der metallischen Oberfläche an das Wasser abgegebenen Wärmemenge. Schätzte man die Stärke der Schicht zu $\delta_s = 0,09 \text{ mm}$, so ergab sich kein Unterschied mehr zwischen der Wärmeübertragung von Kesselstein oder Metall an Wasser.

1) Hütte, L.-N. 5, S. 307.

2) Siehe Reutlinger, L.-N. 52, S. 23, 59.

Das Ergebnis der Untersuchung der Einwirkung des Kesselsteins auf den Wärmeübergang lautet zusammengefaßt:

1. Bei gleichbleibender Rauheit der Oberfläche wird der Exponent n der Geschwindigkeit vom Material der Oberfläche nicht beeinflusst, er ist also allein abhängig von der Rauheit. Ebenso werden die Temperaturkoeffizienten nicht vom Material beeinflusst.

2. Der Wert der Konstanten h , damit der absolute Wert von a , ist garnicht, oder nur in sehr geringem Maße vom Material der Oberfläche abhängig.

3. Der große Widerstand, den eine Kesselsteinschicht von meßbarer Stärke dem Wärmedurchgang entgegensetzt, beruht nicht auf einer Verschlechterung der Wärmeübergangszahl a . Er wird im wesentlichen hervorgerufen durch die sehr geringe Leitfähigkeit des Kesselsteins und den dadurch bedingten starken Temperaturfall in der Schicht selbst.

2. Wärmeübergangsversuche mit aufwärts strömendem Wasser

Stanton¹⁾ fand bei Wärmedurchgangsversuchen zwischen Dampf und Wasser mit senkrechten Rohren eine Verschlechterung des Wärmedurchgangs, wenn das Wasser aufwärts strömte. Stanton sucht den Grund dieser Erscheinung auf der Wasserseite, aus seinen Versuchen ist jedoch nicht zu erkennen, ob nicht die Ursachen teilweise auf der Seite des Dampfes liegen. Eine Verringerung der Wärmeübertragung von einem geheizten senkrechten Rohr an aufwärts strömendes Wasser gegenüber der an abwärts strömendes Wasser läßt sich wie folgt erklären: Fließt Wasser mit $v > v_{crit}$ senkrecht in einem geheizten Rohre abwärts, so werden die wärmeren Wasserteilchen an der Wand infolge der Verringerung der Dichte das Bestreben haben, aufwärts zu strömen und sich von der Wand loszureißen. Sie werden jedoch durch die im Innern des Rohres abwärts fließenden Teilchen mitgerissen, so daß eine starke Wirbelbewegung, somit auch ein kräftiger Wärmeübergang eintritt. Bei aufwärts strömendem Wasser wird dagegen die Tendenz der in der Nähe der Wand befindlichen Teilchen aufzusteigen, durch die Gesamtströmung unterstützt, so daß in diesem Falle eine geringere Wirbelbildung eintritt, der Wärmeübergang also gegen den ersten Fall etwas vermindert wird.

Es wurden mit dem Messingrohr bei drei Geschwindigkeiten Übergangsversuche mit aufwärts strömendem Wasser angestellt. Die Ergebnisse sind in Zahlentafel 20 enthalten, und zwar in folgender Reihenfolge:

1: Geschwindigkeit v m sk⁻¹

2: t_m °C

3: T_i °C

4: Q WE st⁻¹ m⁻²

5: Q WE st⁻¹ m⁻² für dieselben Werte von v , t_m , T_i nach den Versuchen mit abwärts strömendem Wasser (diese Werte sind der Fig. 14 entnommen).

1) Stanton, L.N. 63.

Geschwindigkeiten $v = 0,74 \text{ m sk}^{-1}$ und $v = 0,4875 \text{ m sk}^{-1}$ 13 Versuchsreihen mit 173 Einzelversuchen angestellt, wobei im Versuchsrohre die Einströmtemperatur t_1 zwischen 25°C und 85°C variiert wurde. Die Auswertung dieser Versuche geschah in derselben Weise wie vorher. Zahlentafel 21 enthält einen Auszug aus den Beobachtungstabellen. Fig. 32 enthält die Versuchspunkte und zeigt die Abhängigkeit zwischen T und W je für $t_1 = \text{const.}$ Fig. 33 enthält die Abhängigkeit zwischen T und t_1 je für $W = \text{const.}$ In Zahlentafel 22 sind die berechneten Werte von T_i und t_m zusammengestellt und in Fig. 20¹⁾ graphisch aufgetragen. Hieraus sind die in den Figg. 34 und 35 graphisch dargestellten Werte von T_i und t_m entnommen.

Zahlentafel 21.

a) $v = 74,0 \text{ cm sk}^{-1}$.

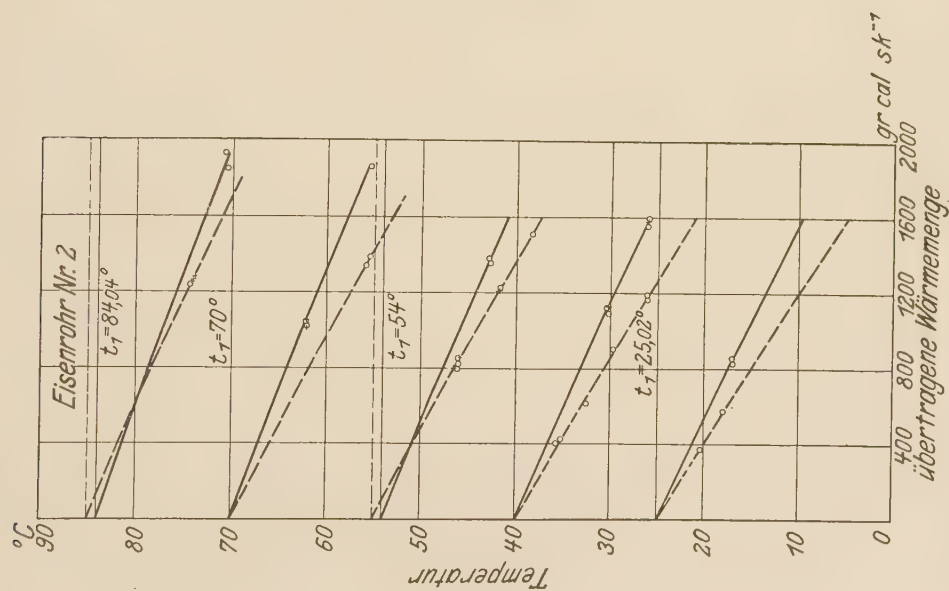
1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuchs	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
8	81	24,98	23,13	1,85	842	17,08
9	84	40,04	36,61	3,43	1560	26,18
9	90	40,00	36,54	3,46	1574	26,20
9	88	40,00	36,51	3,49	1588	26,12
11	99	39,98	37,53	2,45	1115	30,45
10	96	54,00	50,97	3,03	1378	42,85
2	8	70,00	67,72	2,28	1037	62,22
2	15	70,00	65,90	4,10	1865	55,44
1	3	84,05	29,98	4,07	1853	70,67

b) $v = 48,75 \text{ cm sk}^{-1}$.

1	2	3	4	5	6	7
Nr. der Reihe	Nr. des Versuchs	t_1 °C	t_2 °C	Δt °C	W gr cal sk ⁻¹	T °C
13	172	25,03	23,77	1,26	378	20,40
7	74	25,02	23,12	1,90	570	18,00
12	164	40,00	38,65	1,35	405	35,60
6	63	40,00	37,93	2,07	621	32,72
6	70	40,00	37,00	3,00	900	29,70
6	57	40,00	36,10	3,90	1170	26,10
5	43	55,00	52,27	2,73	819	46,00
5	51	55,00	50,92	4,08	1224	41,85
5	34	55,00	49,98	5,02	1506	38,40
4	25	70,05	65,50	4,45	1335	55,90
4	29	70,00	65,43	4,57	1371	55,74
3	19	85,05	80,93	4,12	1236	74,42

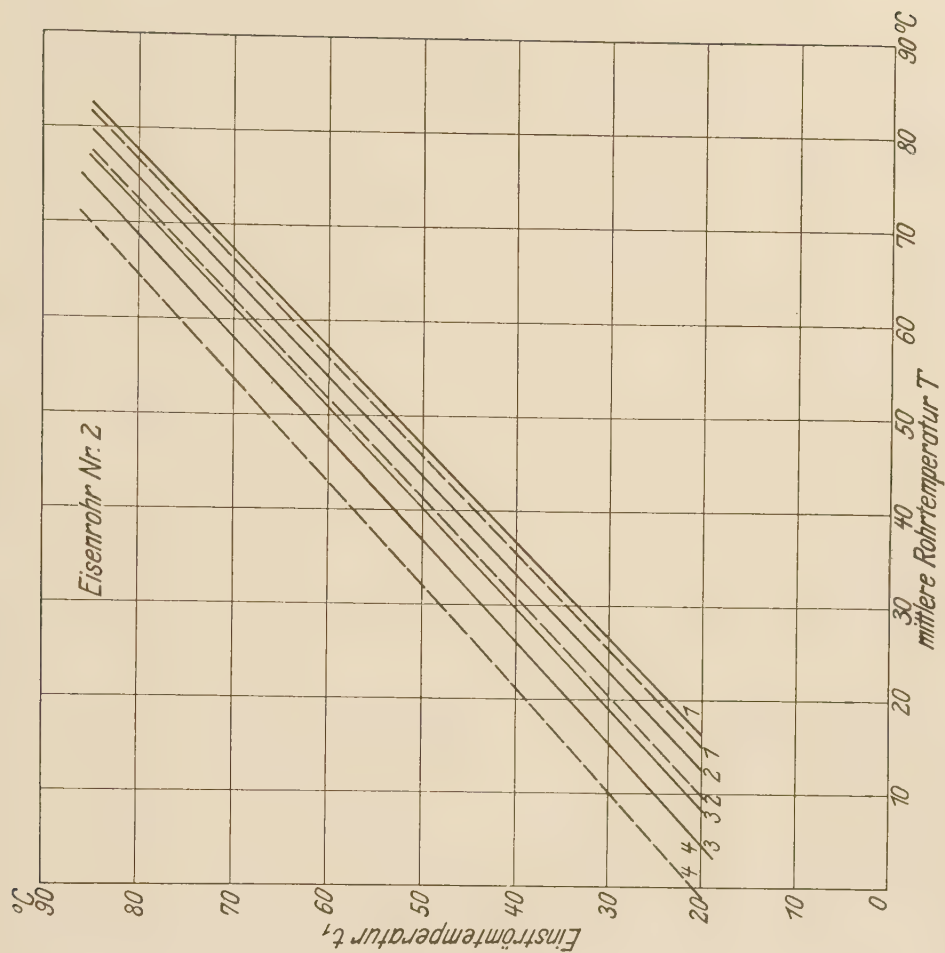
1) Siehe S. 70.

Fig. 32.



Abhängigkeit der Rohrtemperatur T von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter Einströmtemperatur t_1 und 2 Geschwindigkeiten.

Fig. 33.



Abhängigkeit der Einströmtemperatur t_1 von der Rohrtemperatur T bei 4 verschiedenen übertragenen Wärmemengen und 2 Geschwindigkeiten.

Zahlentafel 22.

Zusammenstellung der berechneten Werte von T_i und t_m .

		$v = 48,75 \text{ cm sk}^{-1}$		$v = 74,0 \text{ cm sk}^{-1}$	
1	2	3	4	5	6
W	t_x	T_i	t_m	T_i	t_m
400	25,0	21,40	24,52	20,20	24,27
400	40,0	36,75	39,52	35,60	39,27
400	55,0	52,00	54,52	50,90	54,27
400	70,0	67,20	69,52	66,15	69,27
800	25,0	17,70	24,05	15,10	23,57
800	40,0	33,30	39,06	30,90	38,55
800	55,0	48,85	54,07	46,55	53,57
800	70,0	64,20	69,06	62,00	68,57
1200	25,0	13,85	23,65	9,95	22,85
1200	40,0	29,80	38,62	26,10	37,85
1200	55,0	45,65	53,60	42,20	52,87
1200	70,0	61,10	68,60	57,75	67,86
1600	25,0	10,00	23,17	4,55	22,08
1600	40,0	26,20	38,15	21,20	37,12
1600	55,0	42,35	53,15	37,65	52,15
1600	70,0	58,00	68,12	53,40	67,15

Die Versuche hatten folgendes Ergebnis:

1. Der Einfluß der Geschwindigkeit auf den Wärmeübergang bleibt derselbe wie bei den Versuchen mit umgekehrtem Wärmestrom:

$$n = 0,69.$$

2. Der Einfluß der mittleren Wassertemperatur t_m ist so gering, daß er vernachlässigt werden konnte. Die Kurven von t_m für $T_i = \text{const}$ in Fig. 35 sind Gerade.

3. Der Einfluß der Rohrwandtemperatur T_i ergibt sich als Koeffizient von der Form $(1 + bT_i)$, worin zu setzen ist:

$$b = 0,006.$$

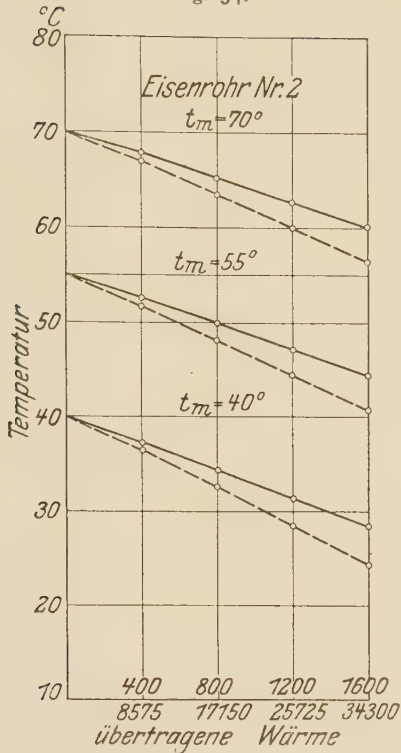
4. Der Faktor h ist im Mittel:

$$h = 1020.$$

Die Formel für die Wärmeübergangszahl α von Wasser an Metall lautet für Eisenrohr Nr. 2 (Rauheitsgrad II):

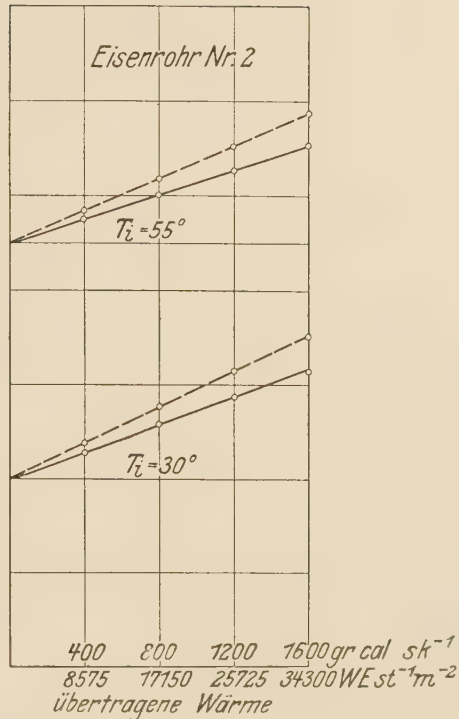
$$\alpha = 1020 \frac{v^{0,69}}{d^{0,31}} (1 + 0,006 T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad 43).$$

Fig. 34.



Abhängigkeit der inneren Rohrwandtemperatur T_i von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter mittlerer Wassertemperatur t_m .

Fig. 35.



Abhängigkeit der mittleren Wassertemperatur t_m von der übertragenen Wärmemenge bei konstanter innerer Rohrwandtemperatur T_i .

X. Besprechung der Versuchsergebnisse

1. Vergleich mit der von Nusselt theoretisch aufgestellten Formel für α

Die Versuche haben für α die Formel ergeben:

$$\alpha = h \frac{v^n}{d^{1-n}} (1 + b T_i) (1 - c t_m) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad (36)$$

Die hierin einzusetzenden Konstanten sind in Zahlentafel 23 zusammengestellt.

Zahlentafel 23.

	Untersuchtes Material	Rauheitsgrad	h	n	b	c
Metall an Wasser	Messing Genaue Formel	I	2015	0,91	0,018	0,0015
	Messing Angenäherte Formel	I	2120	0,91	0,014	0
	Eisenrohr Nr. 1	II	818	0,72	0,014	0
	Eisenrohr Nr. 2	II	708	0,69	0,014	0
Wasser an Metall	Eisenrohr Nr. 2	II	1020	0,69	0,006	0

im Rohre, dessen Temperatur $= t_m$ ist. Da $n < 1$, ist die Abnahme des Faktors $\frac{1}{\lambda^n}$ geringer als die Zunahme des λ_{wand} . Bei Rauheitsgrad II ist der Koeffizient $(1 - ct_m)$ kleiner als bei Rauheitsgrad I. Er konnte nicht mehr berechnet werden, da die Abweichungen innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der Versuche lagen. Qualitativ stimmt dies Ergebnis mit der Theorie überein, da die Änderungen von $\frac{1}{\lambda^n}$ mit abnehmenden Werten von n , also zunehmender Rauheit geringer werden.

Nach der Theorie von Nußelt ist die an der Rohrwand haftende Wasserschicht unendlich dünn, und ihre Temperatur $= T_i$. a ist proportional der Leitfähigkeit dieser Schicht λ_{wand} . Nach den Versuchen von Verfasser ist bei glatter Rohrwand in dem Ausdruck $(1 + b T_i)$ der Koeffizient $b = 0,018$, bei rauher Rohrwand $b = 0,014$. Hiernach kann als Vermutung ausgesprochen werden, daß die Temperatur T_i für rauhe Rohre etwas zu hoch eingesetzt ist, d. h., daß die haftende Schicht von endlicher Dicke ist. Ihre mittlere Temperatur ist dann etwas geringer als T_i , die Stärke der Schicht größer bei rauhen als bei glatten Rohren. Unter dieser Annahme kann im Koeffizienten $(1 + b T_i)$ ein gleicher Wert von b für glatte und rauhe Rohre erzielt werden. Damit wäre das Maß der Zunahme von a mit T_i , d. h. der Faktor $(1 + b T_i)$, entsprechend der Zunahme von λ_{wand} , konstant für alle Rauheitsgrade. Nur wäre statt der Wandtemperatur die etwas niedrigere mittlere Temperatur der endlichen haftenden Schicht zu setzen. Eine quantitative Nachprüfung dieser Verhältnisse wird jedoch erst möglich sein, wenn die Wärmeleitfähigkeit des Wassers genau bekannt ist.

Ein wichtiges, bisher noch nicht bestätigtes Ergebnis der Versuche ist die Bestimmung eines Zusammenhangs zwischen dem Exponenten n der Geschwindigkeit und dem Faktor h .

Der Exponent n ist allein von der Rauheit, nicht vom Material der Oberfläche abhängig und nimmt bei wachsender Rauheit ab. Der Faktor h wird ebenfalls nicht vom Material der Oberfläche beeinflusst und nimmt mit wachsender Rauheit stark ab. Nußelt¹⁾ hat dies Resultat als Vermutung ausgesprochen.

Soweit die Unkenntnis der Wärmeleitung des Wassers einen Vergleich zuläßt, stimmen die Versuche von Verfasser mit der Theorie von Nußelt gut überein und können als die erste Bestätigung derselben für Wasser gelten.

2. Vergleich der Ergebnisse mit den Versuchsergebnissen anderer Forscher

a) Qualitativer Vergleich.

Das von Verfasser gefundene Resultat ist bisher in der ganzen Ausdehnung noch nicht durch Versuche bestätigt worden. Die ermittelte

1) Nußelt, L.-N. 47, S. 38.

Abhängigkeit des α von den einzelnen Variablen zeigt mehrfache Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen anderer Forscher. Doch ist wegen der Verschiedenheit der Versuchsbedingungen meist nur ein qualitativer Vergleich möglich.

Die innerhalb der Druckgrenzen $p = 10$ cm bis $p = 50$ cm Hg beobachtete Unabhängigkeit des Wärmeübergangs vom Wasserdruck wird bestätigt von Stanton¹⁾, bei Drucken von $p \cong 94$ bis $p \cong 191$ cm Hg.

Der ermittelte Einfluß der Geschwindigkeit in der Form α proportional v^n entspricht allgemein der von Ser²⁾, Stanton¹⁾ und Rogoffsky³⁾ beobachteten Zunahme von α mit wachsender Geschwindigkeit. Auch die Ergebnisse von English und Donkin⁴⁾ lassen sich in diese Form bringen.

Es ist weiter gefunden worden, daß der Exponent n von der Rauheit abhängt und mit abnehmender Rauheit zunimmt. Dieses Ergebnis stimmt qualitativ mit dem Resultat überein, das Verfasser aus den Zahlen von English und Donkin⁴⁾ berechnet hat. Für Luft, die an erhitzten Metallflächen entlang strömt, hat Ott⁵⁾ eine wachsende Zunahme von α mit der Geschwindigkeit bei abnehmender Rauheit der Oberfläche beobachtet.

Die beobachtete Proportionalität zwischen α und $\frac{1}{d^{1-n}}$ ist durch Versuche noch nicht bestätigt worden. Zwar schließt Berner⁶⁾ aus Versuchen mit Heißdampfkesseln auf eine Zunahme des gesamten Wärmedurchgangs mit abnehmendem Durchmesser der Überhitzerrohre, doch läßt sich eine Gesetzmäßigkeit aus diesen Versuchen nicht berechnen, da α nicht bekannt ist. Auch handelt es sich um ganz unabhängig voneinander angestellte Untersuchungen. Stanton's⁷⁾ Versuche haben keinen Einfluß des Rohrdurchmessers erkennen lassen. Nußelt⁸⁾ hat nur einen Durchmesser untersucht. Beide haben den Einfluß des Durchmessers aus der Theorie in ihre Formeln übernommen.

Die bisher zur Ermittlung des Einflusses von Kesselstein auf die Wärmeübertragung angestellten Versuche sind Wärmedurchgangsversuche. Sie haben die Verschlechterung der Durchgangszahl k durch Kesselstein feststellen können, ohne jedoch einen sichern Schluß auf die Übergangszahlen α zu gestatten. Die durch die auf S. 79 beschriebenen Versuche ermittelte Unabhängigkeit des α vom Material der Oberfläche ist als Behauptung schon von H. Lorenz⁹⁾ ausgesprochen worden. Nach Abschluß der vorliegenden Arbeit erschien die Dissertation von

1) Stanton, L.-N. 62, S. 78.

2) Ser, Siehe S. 12.

3) Rogoffsky, siehe S. 17.

4) English und Donkin, siehe S. 18.

5) Ott, L.-N. 49, S. 95.

6) Berner, L.-N. 14, S. 126.

7) Stanton, L.-N. 62.

8) Nußelt, L.-N. 47, S. 14.

9) Lorenz, L.-N. 8, S. 447.

Reutlinger¹⁾, der ebenfalls Wärmeübergangsversuche mit Kesselstein anstellte. Während ich mit Hilfe der als bekannt angenommenen Wärmeleitzahl des Steins dessen Oberflächentemperatur und dann die Wärmeübergangszahl von Stein an Wasser berechnete und bei unveränderter Rauheit der Oberfläche gleich der von Metall an Wasser fand, machte umgekehrt Reutlinger die Voraussetzung, daß α vom Material der Oberfläche unabhängig sei²⁾, und berechnete so die Wärmeleitzahl des Kesselsteins. Er fand für Steinbelag I ($\delta_s = 1,48$ mm) $\lambda_s = 1,91$ WE st⁻¹ m⁻¹ °C⁻¹ ³⁾. Dieser Wert stimmt mit dem von mir benutzten $\lambda_s = 2,0$ vorzüglich überein.

Es ist weiter gefunden worden, daß α mit steigendem T_i zunimmt und mit steigendem t_m in weit geringerem Maße abnimmt, also bei konstanter Temperaturdifferenz zwischen Wand- und Wassertemperatur $T_i - t_m = \text{const}$, mit steigenden Temperaturen wächst. Eine Trennung des Einflusses von t_m und T_i hat nur noch Stanton⁴⁾ durchgeführt. Doch hat er eine Zunahme von α sowohl mit steigendem t_m als auch mit steigendem T_i gefunden. Austin⁵⁾ hat aus seinen Wärmeübergangsversuchen auf eine Zunahme von α mit steigendem t_m geschlossen. Die untersuchten Temperaturdifferenzen waren nicht sehr groß. Aus den einzelnen Zahlentafeln⁶⁾ für $t_m = \text{const}$ kann auf eine Abhängigkeit des α von T_i geschlossen werden, so daß die von Austin gefolgerte Zunahme des α mit steigender Wassertemperatur mit gleicher Wahrscheinlichkeit als Zunahme des α mit steigender Wandtemperatur bei konstanter Temperaturdifferenz gedeutet werden kann. Eine allgemeine Übereinstimmung mit dem von Verfasser gefundenen Ergebnis zeigen auch die Wärmedurchgangsversuche von Hagemann⁷⁾ und Claaßen⁸⁾, die eine Zunahme des Wärmedurchgangs mit den Temperaturen beider im Wärmeaustausch stehenden Flüssigkeiten festgestellt haben. Inwiefern diese Zunahme auf den Einfluß der Wandtemperatur zurückgeführt werden muß, lassen diese Versuche jedoch nicht erkennen, weil die Wandtemperaturen nicht gemessen worden sind.

Die gefundene geringe Verschlechterung des Wärmeübergangs bei aufwärts strömendem Wasser steht in Einklang mit dem von Stanton⁹⁾ durch Wärmedurchgangsversuche zwischen Dampf und Wasser ermittelten Resultat.

b) Quantitativer Vergleich.

Der Exponent n der Geschwindigkeit ist für Wasser nur einmal

1) Reutlinger, L.-N. 52.

2) L.-N. 52, S. 22.

3) L.-N. 52, S. 22.

4) Siehe Formel 17, S. 20.

5) Austin, L.-N. 13, S. 85.

6) L.-N. 13, S. 82.

7) Hagemann, siehe English und Donkin, L.-N. 26.

8) Claaßen, L.-N. 20.

9) Stanton, L.-N. 63.

untersucht worden und zwar von Stanton¹⁾. Für Luft ist er von Nußelt²⁾ bestimmt worden.

In Zahlentafel 24 sind die von Stanton und Nußelt gefundenen Werte von n zum Vergleich mit den von Verfasser ermittelten Werten zusammengestellt.

Zahlentafel 24.

Zusammenstellung der bisher ermittelten Werte des Exponenten n der Geschwindigkeit.

Beobachter	Flüssigkeit	Metall	Rauheit	Zahl der unters. Rohre	n
Nußelt . . .	Luft	Messing	I	1	0,786
Stanton . . .	Wasser	Kupfer	I	3	0,825; 0,83; 0,86
Soennecken . .	Wasser	Messing	I	1	0,91
Soennecken . .	Wasser	Flußeisen	II	2	0,72; 0,69

Der von Verfasser für Rauheitsgrad I gefundene Wert der Exponenten n der Geschwindigkeit ist der höchste der bisher ermittelten Werte. Stanton selbst mißt dem von ihm gefundenen Wert $n = 0,86$ die größte Bedeutung zu. Es erscheint demnach möglich, daß der Exponent n für tropfbare Flüssigkeiten größer ist als für gasförmige. Über Rauheitsgrad II liegen bisher, außer denen von Verfasser, keine weiteren Versuche vor.

Ein zahlenmäßiger Vergleich des getrennten Einflusses der Wasser- und Wandtemperatur auf die Zahl a ist nur mit den Ergebnissen der Versuche von Stanton möglich. Stanton³⁾ drückt den Einfluß der Wassertemperatur t_m aus durch den Koeffizienten:

$$P^{1-n} (1 + 0,01 t_m).$$

Hierin ist:

$$P = (1 + 0,0336 t_m + 0,000221 t_m^2)^{-1}$$

und im Mittel:

$$n = 0,84 \text{ für Rauheitsgrad I.}$$

Der Koeffizient der Wandtemperatur ist nach seiner Formel:

$$(1 + 0,004 T_i).$$

Die Versuche von Verfasser haben für Rauheitsgrad I ergeben: den Koeffizienten der Wassertemperatur zu:

$$(1 - 0,0015 t_m),$$

und den Koeffizienten der Wandtemperatur zu:

$$(1 + 0,018 T_i).$$

1) Stanton, L.-N. 62.

2) Nußelt, L.-N. 47.

3) Siehe Formel 17, S. 20.

In Zahlentafel 25 sind zum Vergleich die Werte dieser einzelnen Koeffizienten für je drei verschiedene Temperaturen zusammengestellt.

Zahlentafel 25.

t_m, T_i	Stanton		Soennecken	
	$P^{0,16} (1 + 0,01 t_m)$	$(1 + 0,004 T_i)$	$(1 - 0,0015 t_m)$	$(1 + 0,018 T_i)$
20	1,097	1,08	0,97	1,36
40	1,196	1,16	0,94	1,72
60	1,291	1,24	0,91	2,08

Die Koeffizienten von Stanton wachsen beide mit steigenden Temperaturen, während nach meinen Versuchen der Koeffizient von t_m abnimmt, der von T_i dagegen stärker mit der Temperatur steigt.

Einen klaren Überblick über das Maß der Zunahme von α mit steigenden Temperaturen bei konstanter Temperaturdifferenz ($T_i - t_m$) = const, erhält man auf folgende Weise. Man bildet das Produkt der beiden Temperaturkoeffizienten für verschiedene zusammengehörige Werte von t_m und T_i , so daß $T_i - t_m$ stets konstant bleibt und reduziert dieses Produkt z. B. für $t_m = 20^\circ \text{C}$ auf 1. Wählt man die Differenz $T_i - t_m$ nicht sehr groß: $T_i - t_m = \text{const} = 5^\circ \text{C}$, so können die Beobachtungen von Austin¹⁾ zum Vergleich herangezogen werden. Austin hat bei Temperaturdifferenzen zwischen ungefähr: $T_i - t_m = 1$ bis 7°C den Wärmeübergang von Metall an nicht siedendes, durch Rührer heftig bewegtes Wasser untersucht und im Mittel gefunden:

$$\alpha \sim 4400 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ bei } t_m \sim 20^\circ,$$

$$\alpha \sim 5000 \quad \quad \quad \text{''} \quad \quad \quad \text{''} \quad t_m \sim 30^\circ,$$

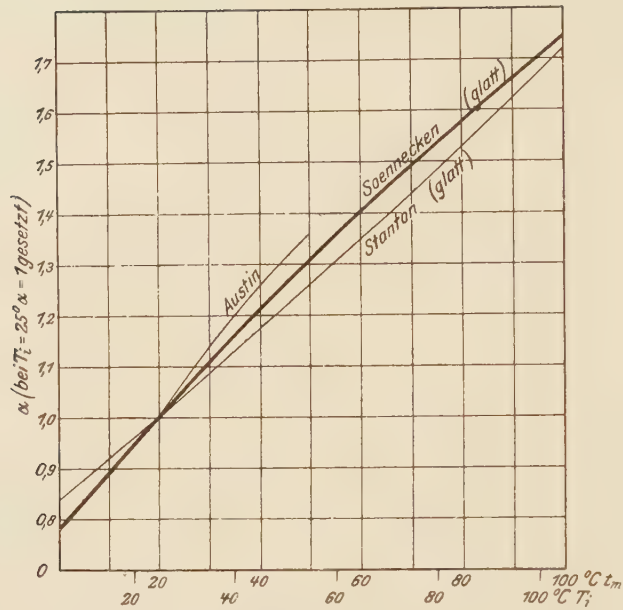
$$\alpha \sim 6000 \quad \quad \quad \text{''} \quad \quad \quad \text{''} \quad t_m \sim 50^\circ.$$

Das Maß der Zunahme des Wärmeübergangs von Metall an Wasser ist in Fig. 36 dargestellt. Die Werte von Stanton und von Verfasser gelten für glatte Rohre (Rauheitsgrad I), die von Austin für eine Schmiedeeisenwand (wahrscheinlich Rauheitsgrad II). In Fig. 36 sind die Temperaturen als Abszisse, das Maß der Zunahme von α als Ordinate aufgetragen.

Die Kurven zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen dem Ergebnis von Stanton und von Verfasser. Diese Übereinstimmung wird noch größer, wenn man der Berechnung von P^{1-n} den höchsten der von Stanton gefundenen Werte: $n = 0,86$ zugrunde legt.

1) Austin, L.-N. 13.

Fig. 36.



Maß der Zunahme der Wärmeübergangszahl α bei steigenden Temperaturen und konstanter Temperaturdifferenz $T_i - t_m = 5^\circ\text{C}$.

Die Größe der Wärmeübergangszahl α selbst und ihre Abhängigkeit von der Geschwindigkeit ist zu ersehen aus Fig. 37. Hierin sind folgende von verschiedenen Forschern ermittelten Werte von α dargestellt:

a) Die aus den Zahlen von Nichol berechneten Werte von α . Diese Werte zeigen einen großen Unterschied für senkrechte und horizontale Anordnung. Es ist ihnen jedoch kein großer Wert beizulegen.

b) Die Werte von α nach Joule:

$$\alpha = 300 + 1800 \sqrt{v} \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

c) Die Werte von α nach Ser:

$$\alpha = 4400 \sqrt{v} \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

d) Die Werte von α nach Stanton für glatte Kupferrohre:

$$\alpha = \frac{0,0105}{4} \frac{P^{0,16}}{d^{0,16}} (1 + 0,004 T_i) (1 + 0,01 t_m) v^{0,84} \text{ gr cal sk}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad 17).$$

$$P = (1 + 0,0336 t_m + 0,000221 t_m^2)^{-1}.$$

Die Werte sind berechnet für $t_m = 20^\circ$ $T_i = 25^\circ$ $d = 1,7 \text{ cm}$.

e) Die Werte von α nach Soennecken für glattes Messingrohr:

$$\alpha = 2015 \frac{v^{0,91}}{d^{0,09}} (1 + 0,018 T_i) (1 - 0,0015 t_m) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad 37)$$

Die Werte sind berechnet für $t_m = 20^\circ$ $T_i = 25^\circ$ $d = 1,7 \text{ cm}$.

Die eingezeichneten Punkte sind den Versuchen entnommen.

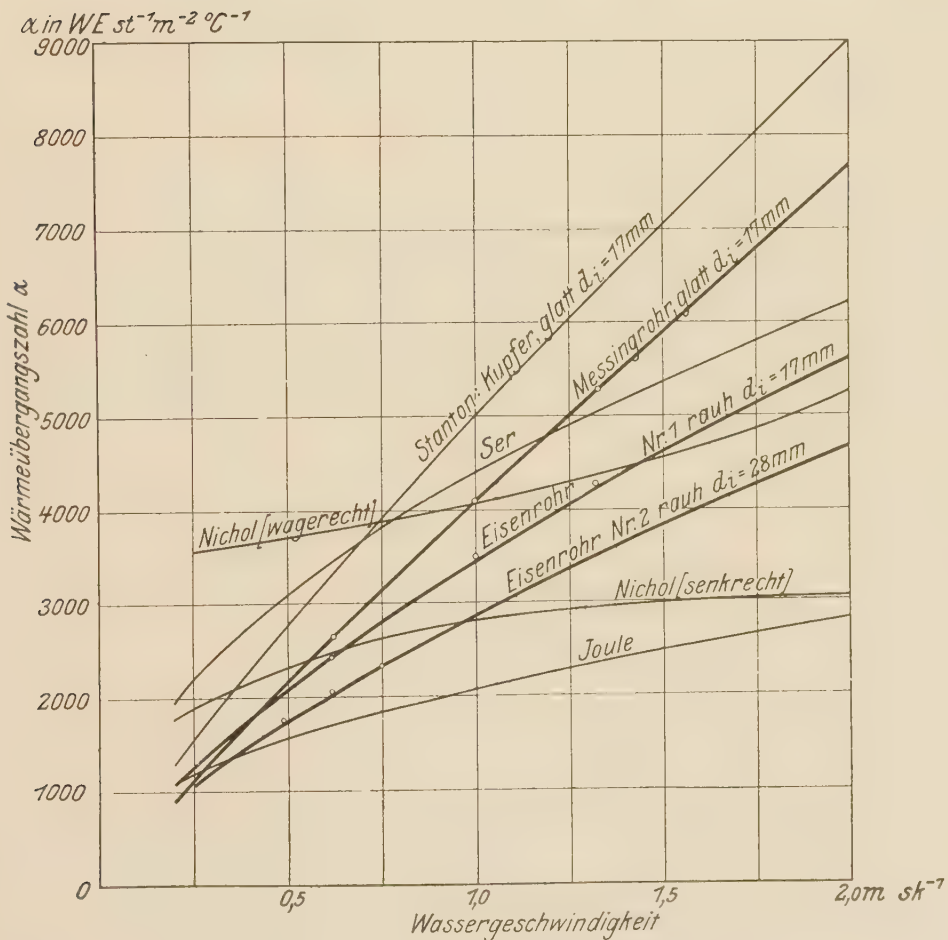
f) Die Werte von α nach Soennecken für raue Rohre.

$$\alpha = 735 \cdot \frac{v^{0,7}}{d^{0,3}} (1 + 0,014 T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} . \quad 41)$$

Die Werte sind berechnet für $t_m = 20^\circ$, $T_i = 25^\circ$, $d = 1,7 \text{ cm}$, $d = 2,8 \text{ cm}$.

Die gute Übereinstimmung dieser gemeinsamen Formel für beide untersuchten Eisenrohre zeigen die eingezeichneten, den Versuchsergebnissen entnommenen Punkte.

Fig. 37.



Wärmeübergangszahl α abhängig von der Wassergeschwindigkeit.

Die Kurven nach Joule und Ser gelten für den Wärmeübergang von Metall an Wasser und auch für den von Wasser an Metall, die nach

Stanton und Verfasser nur für den ersteren. Um zu prüfen, ob die ermittelte Größenordnung von α den praktischen Verhältnissen entspricht, wurden bei verschiedenen Geschwindigkeiten aus Fig. 37 Werte von α für das von mir untersuchte Messingrohr entnommen und zur Berechnung der Wärmedurchgangszahl k von kondensierendem Dampf an Wasser benutzt. α_{Dampf} wurde mit Josse angenommen zu $19000 \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Die Größe der so gewonnenen Werte von k schließt sich den von Josse¹⁾ durch Versuche an ausgeführten Kondensatoren ermittelten Wärmedurchgangszahlen sehr gut an.

Die Untersuchung des Wärmeübergangs von Wasser an Metall hat ergeben, daß der Exponent n der Geschwindigkeit derselbe bleibt, wie bei umgekehrtem Wärmeaustausch. Dasselbe Ergebnis hat Stanton²⁾ gefunden. Verfasser hat in diesem Falle jedoch eine geringere Abhängigkeit des α von der Temperatur beobachtet als bei umgekehrt gerichtetem Wärmestrom. Der Koeffizient von T_i ist für Eisenrohr Nr. 2 (Rauheitsgrad II):

$$(1 + 0,006 T_i).$$

Die Abhängigkeit des α von der Wassertemperatur konnte quantitativ nicht mehr festgestellt werden. Dies Ergebnis steht im Gegensatz zu dem Resultat von Stanton, der beim Wärmeübergang von Wasser an Metall eine sehr starke Zunahme von α mit steigenden Temperaturen festgestellt hat. α ist nach Stanton ungefähr umgekehrt proportional der Viskosität der haftenden Schicht, d. h. α steigt stark mit wachsender Temperatur t_s dieser Schicht. Der gesamte Temperaturkoeffizient ist:

$$\frac{P_{(t_m)}^{2-m}}{P_{t_s}}$$

worin:

$$P = (1 + 0,0336 t + 0,000221 t^2)^{-1}.$$

P^{2-m} ist für t_m , P für t_s zu berechnen:

$$t_s = \frac{t_m + T_i}{2}$$

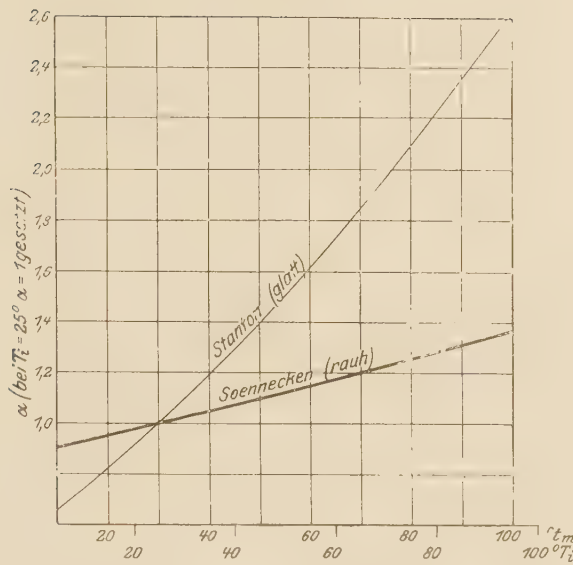
Der Koeffizient der Wandtemperatur fällt weg.

Das Maß der Zunahme der Temperaturkoeffizienten nach Stanton und nach Verfasser ist für steigende Temperaturen in Fig. 38 graphisch dargestellt. Die Darstellung gilt wie Fig. 36 wiederum für $(t_m - T_i) = \text{const} = 5^{\circ}\text{C}$. Die Werte sind bei $t_m = 30^{\circ}\text{C}$; $T_i = 25^{\circ}\text{C}$ auf 1 reduziert.

1) Josse, L.-N. 37, Fig. 12, S. 327.

2) Stanton, siehe Formel 17 und 18, S. 20.

Fig. 38.



Maß der Zunahme der Wärmeübergangszahl α von Wasser an Metall bei steigenden Temperaturen und konstanter Temperaturdifferenz $t_m - T_i = 5^\circ \text{C}$.

Da der Exponent n der Geschwindigkeit für beide Richtungen des Wärmeüberganges konstant bleibt, können die absoluten Werte von α und ihre Abhängigkeit von den Temperaturen für beide Richtungen des Wärmeübergangs bei konstanter Geschwindigkeit verglichen werden. Zu diesem Zwecke ist α berechnet worden für steigende Temperaturen, wobei: $d = 2,8 \text{ cm}$; $(T_i - t_m)$ resp. $(t_m - T_i) = c = 5^\circ \text{C}$, $v = 1 \text{ m sk}^{-1}$ der Berechnung zugrunde gelegt worden ist. Die benutzten Formeln sind:

Für den Wärmeübergang von Metall an Wasser:

a) Soennecken (Eisenrohr 2) rau:

$$\alpha = 708 \frac{v^{0,69}}{d^{0,31}} (1 + 0,014 T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad . \quad 40).$$

b) Stanton: glatt:

$$\alpha = \frac{0,0105}{4} P^{0,16} \frac{v^{0,84}}{d^{0,16}} (1 + 0,01 t_m) (1 + 0,004 T_i) \text{ gr cal sk}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad 17)$$

Für den Wärmeübergang von Wasser an Metall:

a) Soennecken (Eisenrohr 2) rau:

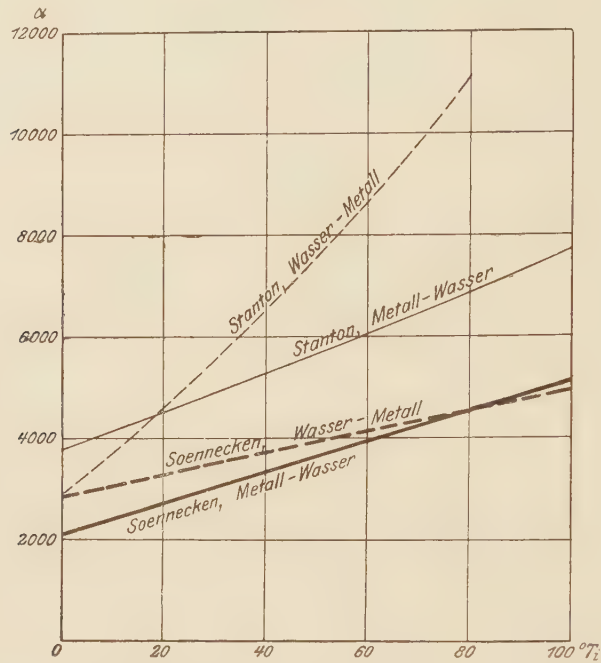
$$\alpha = 1020 \frac{v^{0,69}}{d^{0,31}} (1 + 0,006 T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad . \quad 43)$$

b) Stanton: glatt:

$$\alpha = \frac{0,0075}{4} \frac{P^{0,16}}{P_{(t_s)}} \frac{v^{0,84}}{d^{0,16}} \text{ gr cal sk}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \quad 18)$$

Die Werte sind in Fig. 39 abhängig von den Wandtemperaturen graphisch dargestellt.

Fig. 39.



Wärmeübergangszahl α abhängig von der inneren Wandtemperatur T_i , für $v = 1 \text{ m sk}^{-1}$ und $T_i - t_m = \pm 5^\circ \text{C}$.

Verfasser glaubt, seinen Versuchen über den Wärmeübergang von Wasser an Metall ein größeres Gewicht beilegen zu dürfen, als denen von Stanton. Denn während Verfasser Versuche mit zwei verschiedenen Geschwindigkeiten und je fünf verschiedenen Einströmtemperaturen angestellt hat, veröffentlicht Stanton¹⁾ nur Versuche mit einer Geschwindigkeit und einer Einströmtemperatur.

Erhöht man bei konstanter Temperaturdifferenz $T_i - t_m = \pm 5^\circ \text{C}$ T_i von 5°C auf 80°C so wachsen die beiden Übergangszahlen α in folgendem Verhältnis:

	Nach Stanton (glattes Rohr)	Nach Soennecken (rauhes Rohr)
α (Metall-Wasser)	1 : 1,74	1 : 2,14
α (Wasser-Metall)	1 : 3,37	1 : 1,61

1) Stanton, L.-N. 62, S. 88.

Während weiter nach Stanton die absoluten Werte der beiden α bei hohen Temperaturen sehr verschieden sind, stimmen sie nach den Versuchen von Verfasser gut überein. Zugunsten dieses Ergebnisses sprechen die Wärmeübergangsversuche von Austin¹⁾, der bei siedendem Wasser beide α einander gleich fand.

Da 1) die von Stanton und von mir bei gleicher Oberflächenbeschaffenheit beobachtete Abhängigkeit des $\alpha_{\text{Metall-Wasser}}$ von den Temperaturen gut übereinstimmen (Fig. 36), da

2) nach Stanton $\alpha_{\text{(Wasser-Metall)}}$ mit der Temperatur in stärkerem Maße, nach meinen Beobachtungen dagegen in geringerem Maße zunimmt als $\alpha_{\text{(Metall-Wasser)}}$ (Fig. 39), und da

3) die von mir gefundene Übereinstimmung der beiden α bei hohen Temperaturen durch Austins Versuche in gewisser Weise bestätigt wird, so mögen in der Praxis die von mir für $\alpha_{\text{(Metall-Wasser)}}$ ermittelten Formeln annäherungsweise auch für $\alpha_{\text{(Wasser-Metall)}}$ benutzt werden, bis weitere Versuche darüber vorliegen.

3. Die Anwendung der Formeln

In der Praxis werden vorwiegend noch Wärmedurchgangsformeln benutzt. Da beim Wärmeaustausch zwischen zwei gasförmigen oder tropfbaren Flüssigkeiten die Wärmeleitfähigkeit der Wand den Übergangszahlen gegenüber eine geringe Bedeutung hat, so hat man bei der Bestimmung von k den Einfluß der Wand meist ganz vernachlässigt und den Wärmedurchgang nur mit Hilfe der beiden Flüssigkeitstemperaturen bestimmt. Noch vor kurzem erschien ein Aufsatz in „The Engineer“²⁾, worin diese Art der Berechnung des Wärmedurchgangs gegenüber der Zerlegung in seine einzelnen Vorgänge empfohlen wird. mit dem Hinweis darauf, daß weder der Temperaturfall in der Wand, noch die Temperaturdifferenz zwischen Wand und Flüssigkeit, sondern die zwischen den beiden in Wärmeaustausch stehenden Medien das Maß des Wärmedurchgangs bestimme. Diese Betrachtungsweise ist unrichtig. Wird, z. B. in dem Spezialfalle der Wärmeübertragung zwischen Heizgasen und Wasser, der Wärmeaustausch durch Änderung der Wandstärke oder des α_{Wasser} praktisch nur wenig oder garnicht beeinflusst, so liegt das an dem sehr geringen Wert von α_{Heizgas} . Der gesamte Wärmedurchgang wird also in diesem Falle durch einen der ihn zusammensetzenden Vorgänge bestimmt. Meist jedoch sind beide α von bemerkbarem Einfluß auf den Wert von k . Jedes α ist unabhängig veränderlich und ändert sich mit vielen Größen. Es ist nicht möglich, die Änderungsgesetze beider Übergangszahlen durch Wärmedurchgangsversuche zu bestimmen und in eine einfache Formel zu bringen, die nur die Flüssigkeitstemperaturen enthält. Lassen sich für einen bestimmten Apparat innerhalb enger

1) Austin, L.-N. 13, S. 85.

2) Engineer, L.-N. 24.

Gültigkeitsgrenzen auch angenäherte Durchgangsformeln aufstellen, so müssen von Fall zu Fall die Konstanten in diesen Formeln geändert werden, wie die vielen sehr verschiedenen Ergebnisse von Wärmedurchgangsversuchen zeigen, die unter scheinbar gleichen Bedingungen an- gestellt wurden.

Die meisten Durchgangsformeln haben folgende Formen:

$$1. Q = \frac{1}{\alpha} (t_w - t_k)^2.$$

Diese Formel ist schon S. 7 besprochen worden. Sie enthält vor allem gar keine Geschwindigkeit und entspricht nicht den tatsächlichen Verhältnissen, worauf noch kürzlich Josse¹⁾ und Nicolson²⁾ hingewiesen haben.

$$2. Q = \text{const } v^n (t_w - t_k) \text{ oder}$$

$$Q = \text{const } (a + v)^n (t_w - t_k),$$

$$\text{worin } n = \frac{1}{2} \text{ oder } \frac{1}{3}.$$

Diese Formeln ergeben bei konstanter Temperaturdifferenz zwischen beiden Flüssigkeiten mit wachsender Geschwindigkeit eine unbegrenzt wachsende Wärmemenge. Während die unter 1 genannte Formel überhaupt die Geschwindigkeit vernachlässigt, führen diese Formeln bei zunehmender Geschwindigkeit zu wachsenden Fehlern, weil sie die Leitfähigkeit der Wand vernachlässigen. Bei genügend großen Geschwindigkeiten ergeben diese Formeln eine Wärmemenge, die zur Durchdringung der Wand einen Temperaturfall in derselben von

$$(T_1 - T_2) \geq (t_w - t_k)$$

benötigen würde.

Wenn derartige Wärmedurchgangsformeln auch für enge Gültigkeitsgrenzen benutzt werden dürfen, so sind sie doch so ungenau, daß selbst in der Praxis die Anwendung von Wärmeübergangsformeln zu empfehlen ist.

Die von Verfasser für den Wärmeübergang von Metall an Wasser ermittelten Gleichungen können für die Praxis etwas vereinfacht werden. In der Formel 37 für glatte Oberfläche kann der geringe Einfluß der Wassertemperatur t_m vernachlässigt werden, wie schon Formel 38 zeigt, und außerdem kann der Exponent n der Geschwindigkeit abgerundet werden.

Die abgerundeten Formeln lauten:

¹⁾ Josse, L.-N. 37, S. 327

²⁾ Nicolson, L.-N. 46, S. 233.

1. Glatte Oberfläche (Rauheitsgrad I)

$$\alpha = 2020 \frac{v^{0,9}}{d^{0,1}} (1 + 0,014 T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad . \quad 38a)$$

2. Rauhe Oberfläche (Rauheitsgrad II)

$$\alpha = 735 \frac{v^{0,7}}{d^{0,3}} (1 + 0,014 T_i) \text{ WE st}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad . \quad 41)$$

Hierin ist: v = Wassergeschwindigkeit in m sk^{-2}

d = Rohrdurchmesser in m.

T_i = Innere Rohrwandtemperatur in $^{\circ}\text{C}$.

Die Formeln gelten für senkrechte Rohre und abwärtsströmendes Wasser. Für aufwärtsströmendes Wasser ist

$$\alpha_{\text{auf}} \approx 0,93 \alpha_{\text{ab}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 42)$$

Für wagrechte Rohre¹⁾ sowie für den Wärmeübergang von Wasser an Metall gelten die Formeln in Annäherung²⁾. Ist α allgemein:

$$\alpha = h \frac{v^n}{d^{1-n}} (1 + b T_i) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 36b)$$

so ist die von der ganzen Rohroberfläche stündlich an das Wasser übertragene Wärmemenge W :

$$W = \pi d L h \frac{v^n}{d^{1-n}} (1 + b T_i) (T_i - t_m) \quad . \quad . \quad 44)$$

und mit Einsetzung des Wertes von t_m aus Formel 35:

$$W = \pi L v^n d^n h (1 + b T_i) \frac{t_2 - t_1}{\ln \frac{T_i - t_1}{T_i - t_2}} \text{ WE st}^{-1} \quad . \quad 45)$$

Zusammenfassung

Es wurden mit einem nahtlos gezogenen glatten Messingrohr und mit zwei rauhen Mannesmann-Präzisionsstahlrohren von verschiedenem Durchmesser Versuche angestellt über die Wärmeübertragung an strömendes Wasser. Die Rohre waren senkrecht angeordnet. Das Wasser strömte abwärts mit verschiedenen Geschwindigkeiten, die alle oberhalb der kritischen lagen. Die Versuche hatten das folgende Ergebnis:

Die Wärmeübertragung ist unabhängig vom Wasserdruck. Die Wärmeübergangszahl α läßt sich durch die Gleichung³⁾ darstellen:

$$\alpha = h \frac{v^n}{d^{1-n}} (1 + b T_i) (1 - c t_m).$$

1) Siehe S. 11, Anmerkung 3.

2) Siehe S. 99.

3) Die Werte der durch die Versuche ermittelten Konstanten sind zusammengestellt in Zahlentafel 23, S. 87.

Hierin ist: $h = \text{const}$,

$n = \text{const}$,

$d = \text{Rohrdurchmesser}$,

$v = \text{Wassergeschwindigkeit}$,

$b = \text{const}$,

$c = \text{const}$,

$T_i = \text{innere Rohrwandtemperatur}$,

$t_m = \text{mittlere Wassertemperatur}$.

Die Versuche ergaben die wichtige, bisher noch nicht bekannte Tatsache, daß der Exponent n allein von der Rauheit der Oberfläche abhängt, vom Material derselben jedoch nicht beeinflußt wird. n nimmt mit wachsender Rauheit ab. Ebenso wurde zum ersten Male festgestellt, daß zwischen n und h ein Zusammenhang besteht, in der Weise, daß der Faktor h gleichfalls mit wachsender Rauheit abnimmt und auch vom Material der Oberfläche unabhängig ist.

Die nach der Theorie von Nußelt bestehende Abhängigkeit des α vom Rohrdurchmesser wurde durch die Versuche zum ersten Male für Wasser bestätigt. Die ermittelte Formel für α ist in den Faktoren:

$h \frac{v^n}{d^{1-n}}$ vollkommen identisch mit der von Nußelt theoretisch für α aufgestellten Gleichung. Weiter wurde eine Zunahme von α mit steigender Oberflächentemperatur T_i und eine geringere Abnahme von α mit steigender mittlerer Wassertemperatur t_m beobachtet. Der Koeffizient der mittleren Wassertemperatur t_m war bei den rauhen Eisenrohren so gering, daß er nicht mehr mit Sicherheit zahlenmäßig bestimmt werden konnte. Der Einfluß der Temperaturen kann auf den Einfluß der Wärmeleitfähigkeit des Wassers zurückgeführt werden. Nimmt man mit Graetz an, daß die Wärmeleitfähigkeit des Wassers mit der Temperatur steigt, so ergeben die ermittelten Temperaturkoeffizienten eine qualitative Übereinstimmung mit den Koeffizienten der Wärmeleitfähigkeit in der theoretischen Formel von Nußelt. Die vollkommene quantitative Übereinstimmung der von mir aufgestellten Formel mit der von Nußelt kann jedoch wegen der Unkenntnis der Wärmeleitfähigkeit des Wassers vorläufig nicht geprüft werden.

Die gewählten Dimensionen des Versuchsapparates und die Größenordnung der ermittelten Werte von α schließen sich den praktischen Verhältnissen gut an¹⁾. Da die aufgestellten Formeln alle den Wärmeübergang beeinflussenden Größen berücksichtigen, und mit der Theorie von Nußelt in Einklang stehen, sind sie den bisher benutzten Formeln für den Wärmeübergang vorzuziehen, besonders den Formeln nach Ser und Joule. Für den Gebrauch in der Praxis sind die Konstanten in den Formeln abgerundet worden²⁾.

1) Siehe S. 96.

2) Siehe Formel 38a und 41, S. 101.

Bei aufwärtsströmendem Wasser wurde α etwas geringer gefunden als bei abwärtsströmendem Wasser. Dies kann durch stärkere Wirbelbildung im letzteren Falle erklärt werden.

Bei der Wärmeübertragung von Wasser an Metall wurde eine etwas geringere Abhängigkeit des α von der Temperatur gefunden als bei umgekehrtem Wärmestrom. Die absoluten Werte von α sind bei niedrigen Temperaturen etwas höher als beim Wärmeübergang von Metall an Wasser. Bei hohen Temperaturen sind beide ungefähr einander gleich. Der Praxis genügen für diese Wärmeübertragung die für den Wärmeübergang von Metall an Wasser aufgestellten Formeln.

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. O. Knoblauch schulde ich für das stete Interesse an meiner Arbeit den wärmsten Dank und möchte ihm auch an dieser Stelle Ausdruck verleihen.

München, den 10. Januar 1910.

Literatur-Nachweis

1. Chwolson, O.: Lehrbuch der Physik. Braunschweig 1908.
 2. Fourier, M.: Analytische Theorie der Wärme. Deutsche Ausgabe von Dr. B. Weinstein. Berlin 1884.
 3. Grashof: Theoretische Maschinenlehre. Leipzig 1875.
 4. Hausbrand, E.: Verdampfen, Kondensieren und Kühlen. Berlin 1909.
 5. Hütte: Taschenbuch, Abt. I. Berlin 1908.
 6. Kirchhoff, G.: Vorlesungen über die Theorie der Wärme. Leipzig 1894.
 7. Landolt-Börnstein: Physikalisch-chemische Tabellen. Berlin 1905.
 8. Lorenz, H.: Technische Wärmelehre. München 1904.
 9. Mach, E.: Die Prinzipien der Wärmelehre. Leipzig 1900.
 10. Newton: Scala graduum caloris et frigoris. Opuscula math. Lausannae et Genevae 1744.
 11. Péclet, E.: Vollständiges Handbuch über die Wärme und ihre Anwendung. Deutsch von Dr. C. Hartmann. Leipzig 1862.
 12. Winkelmann, A.: Handbuch der Physik.
-
13. Austin, L.: Über den Wärmedurchgang durch Heizflächen. Mitt. über Forschungsarb. 1903, Heft 7, S. 75.
 14. Berner, O.: Die Erzeugung des überhitzten Wasserdampfes. Mitt. über Forschungsarb. 1904, Heft 14—16.
 15. Biel, R.: Über den Druckhöhenverlust bei der Fortleitung tropfbarer und gasförmiger Flüssigkeiten. Mitt. über Forschungsarb. 1907, Heft 44.
 16. Booth: Plate Thickness in Boilers. Power, 1904, Mai
 17. Boussinesq, M. J.: Calcul du pouvoir refroidissant des courants fluides. Journ. de math. pur et appl. 1905, S. 285.
 18. Charet: Transmission de chaleur. Les Mondes, 1877, 2, S. 513.
 19. Chwolson, O.: Über den Temperatursprung an der Grenze zweier Körper. Journ. der russ. phys.-chem. Ges. Phys. Teil 1908, 40, S. 1.
 20. Claaßen: Der Wärmeübergang bei der Verdampfung von Wasser und wässerigen Lösungen. Mitt. über Forschungsarb. 1902, Heft 4, S. 49.
 21. Dietz, L.: Beitrag zur Kenntnis des Wärmetransmissionskoeffizienten. Ges. Ing. 1909, 20. März.
 22. Döderlein, G.: Prüfung und Berechnung ausgeführter Ammoniak-Kompressions-Kältemaschinen. Diss. München 1903.
 23. Eberle, C.: Versuche über den Wärme- und Spannungsverlust bei der Fortleitung gesättigten und überhitzten Wasserdampfes. Z. d. V. d. I. 1908 52, S. 481.
 24. Engineer, The: The Transmission of Heat through Boiler Plates. The Eng. 1909, 19. Febr., S. 184.

- 25 Engineering: Heat Transference through Boiler Plates Engg. 1904, 1. Jan.
26. English and Donkin: Transmission of Heat from Surface Condensation through Metal Cylinders. Proc. of the Inst. of Mech. Eng. 1896, 4. Nov., S. 501.
27. Fritzsche: Über den Strömungswiderstand der Gase in geraden zylindrischen Rohrleitungen. Mitt. über Forschungsarb. 1908, Heft 60.
28. Graetz, L.: Über die Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten. Wied. Ann. 1885 25, S. 337.
- 29 Grüneisen, E.: Über die Bestimmung des metallischen Wärmeleitvermögens. Wied.-Ann. 1905, 3, S. 43.
30. Hähnlein, K.: Beitrag zur Ermittlung des Wärmedurchgangskoeffizienten bei Verdampfern und Kondensatoren von Kältemaschinen. Z. f. d. ges. Kälte-Ind. 1894, S. 67.
31. Hagemann, G. A.: Wärmeübergang von Dampf an Wasser. (Aus dem Dänischen.) Proc of the Inst. of Civ. Eng. 1884, 77, S. 312. Siehe auch English und Donkin.
- 32 Hauser, L.: Über den Einfluß des Druckes auf die Viscosität des Wassers. Diss. Tübingen 1900.
33. Heinel: Inwiefern ist k abhängig vom Temperatur-Unterschied? Z. f. d. ges. Kälte-Ind. 1908, Juli.
34. Hinlein, E.: Ein Beitrag zur Frage der Erwärmung elektrischer Maschinen. Diss. München 1909.
35. Holborn und Dittenberger: Wärmedurchgang durch Heizflächen. Mitt. über Forschungsarb. 1901, Heft 2, S. 56.
36. Hüttig: Der Wärmedurchgang von Dampf durch kupferne Rohre in siedendes Wasser. Ges. Ing. 1908, 15. Febr., S. 97.
37. Josse, E.: Versuche über Oberflächenkondensationen, insbesondere für Dampfturbinen. Z. d. V. d. I. 1909 53, S. 322.
- 38 Joule, J. P.: On the Surface Condensation of superheated Steam. Phil. Trans. of the Royal Soc. 1861 151, S. 133.
39. Kent: Heat Resistance, the reciprocal of Heat Conductivity. Machinery 1903, 1. Juni.
40. Kingsley: The Law of Heat Transfer through Steam Boiler Heating Surface. The Engg Record 1908, 29. Aug., S. 246.
41. Kirchhoff und Hansemann: Über die Leitungsfähigkeit des Eisens für die Wärme. Wied.-Ann. 1880 9, S. 1.
42. Kolowrat-Tscherwinsky, L.: Über den Temperatursprung an der Grenze zwischen zwei Flüssigkeiten. Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. Phys. Teil 1908, 40, S. 5.
43. Lorenz, L.: Über das Leistungsvermögen der Metalle für Wärme und Elektrizität. Wied.-Ann. 1881, 13, S. 423, 582.
44. Mollier, R.: Über Wärmedurchgang und die darauf bezüglichen Versuchsergebnisse. Z. d. V. d. J. 1897, 41, S. 153.
45. Neilson, R. M.: The Transmission of Heat between Fluids. The Eng. 1909, 12. Febr., S. 157.
46. Nicolson, J. T.: Heat Transmission in Steam Boilers. Engg. 1909, 5. Febr., S. 194.
47. Nußelt, W.: Der Wärmeübergang in Rohrleitungen. Habilitationsschrift, Dresden 1909.
48. Orrok, G. A.: The modern Surface Condenser etc. Power 1908, 11. Aug.
49. Ott, L.: Untersuchungen zur Frage der Erwärmung elektrischer Maschinen. Mitt. über Forschungsarb. 1906, Heft 35/36, S. 265.
50. Preece: Superheaters. Proc. of the Inst. of Civ. Eng. 1907, 3, S. 265.
51. Railway-Age: Heat Transmission in Boiler Design. Railw. A. Chicago 1904, 2. Sept.
52. Reutlinger, E.: Über den Einfluß des Kesselsteins und ähnlicher wärmeemmender Ablagerungen auf Wirtschaftlichkeit und Betriebssicherheit von Heizvorrichtungen. Diss. München 1909.
53. Reynolds, O.: On the Extent and Action of the Heating Surface of Steam Boilers. Proc. of the Lit. and Phil. Soc. of Manchester, 1874, 14, S. 7.
54. Reynolds, O.: On the Motion of Water and the Law of Resistance in Parallel Channels. Phil. Trans. of the Royal Soc. 1884, 174, S. 935.
55. Risteen, A. D.: Boiler Skale and Transmission of Heat. Railway Age 1904, 2. Sept.
56. Rogoffsky, E.: Über die Wärmeabgabe von Silberdrähten, die unter Wasser durch einen elektrischen Strom erhitzt werden. Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. Phys. Teil. 1902,

- 34, S. 427. 1903, 35, S. 105. Siehe auch Compt. rend. 1903, 136, S. 1391. 137, S. 1244. 1905, 140, S. 1179.
57. Ruckes: Untersuchungen über den Ausfluss komprimierter Luft aus Kapillaren. Z. d. V. d. I. 1908, 52, S. 2065.
58. Sawdon, W. M.: Relative Rate of Heat Transfer etc. Power 1909, 12. Jan.
59. Schaufelberger, W.: Wärmeleitungsfähigkeit des Kupfers und Wärmefluß in einer durch Kühlwasser bespülten Endfläche eines Wärmeleiters. Wied.-Ann. 1902, 7, S. 589.
60. Schmidt, E. C.: The Transmission of Heat through Skale covered Boiler Tubes. Railway Gaz. 1907, 26. April.
61. Schulze, G.: Über eine Methode zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit fester Körper. Wied.-Ann. 1898, 66, S. 218.
62. Stanton, T. E.: On the Passage of Heat between Metal Surfaces and Liquids in Contact with them. Phil. Trans. of the Royal Soc. 1897, 190, S. 67.
63. Stanton, T. E.: The Efficiency and Design of Surface Condenser. Proc. of the Inst. of Civ. Eng. 1899, 136, S. 321.
64. Stokes: On the Theorie of the internal Friction of Fluids in Motion. Math. and Phys. Papers, 1, S. 75.
65. Than, E. v.: Versuche über den Einfluß von Rührwerken auf den Wärmeübergang Z. f. d. ges. Kälte-Ind. 1908, S. 41.
66. Venator: Über die Wärmeüberleitungsfähigkeit kupferner Zwischenwände. Z. f. d. ges. Kälte-Ind. 1899, S. 105.
67. Wamsler, F.: Die Wärmeabgabe geheizter Körper an Luft. Diss. München 1909.
68. Weber, H. F.: Untersuchung über die Wärmeleitung in Flüssigkeiten. Wied.-Ann. 1880, 10, S. 103.
69. Wetzstein, G.: Abweichungen vom Poissenilleschen Gesetz. Wied.-Ann. 1899, 68, S. 441.

